

Universidad Nacional de Trujillo
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA



**Cálculo de la anchura de decaimiento de los
bosones de Higgs H_2^\pm y de calibre V^\pm
del modelo 331**

TESIS

Para optar el Título Profesional de Licenciado en Física

Autor: Ramos Villalobos, Kelvin Julinio

Asesor: Dr. Rivasplata Mendoza, Antonio Isaías

Coasesor: MSc. Morgan Cruz, Carlos Alberto

Trujillo - Perú

2021

Dedicado con cariño a mis padres:

Sixto Ramos Saavedra

y

Santos Villalobos Vásquez

BIBLIOTECA DE CIENCIAS FÍSICAS
Y MATEMÁTICAS

Índice general

1. Introducción	8
2. Introducción al Modelo 331	10
2.1. Modelo Estándar	10
2.2. Modelo 331	11
2.2.1. Partículas del Modelo 331	12
3. Amplitud, Anchura y Diagramas de Feynman	16
3.1. Amplitud y Anchura de Decaimiento	16
3.2. Diagramas de Feynman	17
3.2.1. Bosones Escalares	18
3.2.2. Bosones Vectoriales	18
3.2.3. Fermiones	19
3.2.4. Interacciones	19
3.2.5. Relaciones de Completitud	25
4. Anchura del Bosón de Higgs H_2^\pm	27
4.1. Decaimiento del Higgs H_2^\pm en Fermiones	28
4.1.1. Decaimiento en Quarks	28
4.1.2. Decaimiento en Leptones	32
4.2. Decaimiento del Higgs H_2^\pm en Bosones	35
4.2.1. Decaimiento en Bosones de Calibre	35
4.2.2. Decaimiento en Bosones de Calibre y de Higgs	44
5. Anchura del Bosón de Calibre V^\pm	55
5.1. Decaimiento del Bosón V^\pm en Fermiones	56
5.1.1. Decaimiento en Quarks	56

5.1.2. Decaimiento en Leptones	62
5.2. Decaimiento del Bosón V^\pm en Bosones	66
5.2.1. Decaimiento en Bosones de Higgs	66
5.2.2. Decaimiento en Bosones de Higgs y de Calibre	74
5.2.3. Decaimiento en Bosones de Calibre	80
6. Resultados y Conclusiones	90
6.1. Decaimiento del H_2^\pm	91
6.2. Decaimiento del V^\pm	91
A. Sobre la Notación	95
A.1. Unidades Naturales	95
A.2. Notación Relativista	95
A.2.1. 3-vectores	95
A.2.2. Métrica	96
A.2.3. 4-vectores	96
A.2.4. Tensor de Levi-Civita	97
B. Decaimiento de dos partículas	99
B.1. Anchura de decaimiento Γ	99
B.2. Momento $ \vec{k}_1 $	103
B.3. Cinemática	104
C. Propiedades y Operaciones con las matrices γ^μ	106
C.1. Matrices γ^μ	106
C.1.1. Ecuación de Dirac	106
C.1.2. Matrices γ^μ	106
C.1.3. Trazas de las Matrices γ^μ	107
C.1.4. Casimir's Trick	107
C.2. Trazas definidas en el decaimiento de V^- a u y \bar{J}_1	108
D. Cálculo de los términos \mathcal{R}_i	110
D.1. Resultados Previos	110
D.2. Cálculo algebraico de los \mathcal{R}_i	110
D.2.1. Cálculo de \mathcal{R}_1	111
D.2.2. Cálculo de \mathcal{R}_2	112
D.2.3. Cálculo de \mathcal{R}_3	112
D.2.4. Cálculo de \mathcal{R}_4	113
D.2.5. Cálculo de \mathcal{R}_5	114
D.2.6. Cálculo de \mathcal{R}_6	114

D.2.7. Cálculo de \mathcal{R}_7	115
D.2.8. Cálculo de \mathcal{R}_8	116
D.2.9. Cálculo de \mathcal{R}_9	117
D.3. Cálculo de Amplitudes con FeynCal	118

**BIBLIOTECA DE CIENCIAS FÍSICAS
Y MATEMÁTICAS**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE TRUJILLO

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas ESCUELA PROFESIONAL DE FISICA


ACTA DE SUSTENTACION DEL INFORME DE PRACTICA PRE PROFESIONAL EQUIVALENTE A TESIS

En la Universidad Nacional de Trujillo, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, siendo las 3.00 p.m. del día 12 de noviembre del 2021, se reunieron los señores profesores German Ely Miguel Aguilar, José Fernando Rabanal Muñoz y Antonio Isaías Rivasplata Mendoza, integrantes del Jurado nombrado para estudiar y dictaminar el Informe de Práctica Pre Profesional, equivalente a Tesis, presentado por el Bachiller **KELVIN JULINIO RAMOS VILLALOBOS**, aspirante al Título de LICENCIADO EN FISICA.


Sustentación que se realiza en forma virtual de acuerdo a la "Directiva para el acto de la sustentación de trabajos de investigación, de suficiencia profesional y de **tesis de pregrado**, posgrado y segunda especialidad en entornos virtuales", aprobadas por Resolución Rectoral N° 773-2020/UNT.

Acto seguido, el aspirante sustentó el Informe de Práctica Pre Profesional, equivalente a Tesis intitulado "**Cálculo de la anchura de decaimiento de los bosones de Higgs H^{\pm}_2 y de calibre V^{\pm} del modelo 331**", respondiendo SATISFACTORIAMENTE las preguntas formuladas por los Señores Miembros del Jurado.

Luego se procedió a la evaluación en votación secreta y escrita, constatándose que el Bachiller **KELVIN JULINIO RAMOS VILLALOBOS**, ha sido APROBADO POR UNANIMIDAD con lo que el señor Presidente del Jurado dio por terminada la actuación, sentándose la presente acta que firmaron para constancia, en la ciudad de *Trujillo a los doce días del mes de noviembre del año dos mil veintiuno.*


MSc. GERMAN ELY MIGUEL AGUILAR
Presidente


MSc. JOSÉ FERNANDO RABANAL MUÑOZ
Secretario


Dr. ANTONIO ISAÍAS RIVASPLATA MENDOZA
Vocal

Resumen

En este trabajo se estudió uno de los modelos extendidos del Modelo Estándar de la Física de Partículas, el Modelo 331 en la versión de leptones pesados y exóticos, nuevos bosones de calibre, Higgs cargados y doblemente cargados. Siendo conocidos los acoplamientos de los bosones de Higgs y de calibre, tanto con las partículas del Modelo Estándar como con las restantes del Modelo 331, se calculó las amplitudes y anchuras de decaimiento de estas dos partículas por medio de los diagramas de Feynman.

Analizando las razones de decaimiento más significativas para un valor de vacío de 4 TeV del nuevo Higgs: El bosón de Higgs cargado, con masa a partir de 1350.00 hasta 1909.32 GeV, decae en un leptón pesado y un neutrino, y para una masa del Higgs mayor a 1960.17 GeV el decaimiento es hacia dos bosones de calibre.

Palabras clave: Anchura de decaimiento, bosón de Higgs, bosón de calibre.

Abstract

In this work, we studied one of the extended models of the Standard Model of Particle Physics, the 331 Model in the version of heavy and exotic leptons, new gauge bosons, charged and doubly charged Higgs bosons. Being the couplings constants of the Higgs and gauge bosons known, with both standard and 331 Model particles, the amplitudes and decay widths of these two particles were calculated according with the Feynman diagrams method.

Analyzing the most significant decay ratios for a vacuum expectation value of 4 TeV of the new Higgs boson: The charged Higgs boson, with a mass from 1350.00 to 1909.32 GeV, decays into a heavy lepton and a neutrino, and for a Higgs mass greater than 1960.17 GeV the decay is towards two gauge bosons.

Keywords: Decay width, Higgs boson, gauge boson.

El corazón de nuestro entendimiento sobre las leyes de la naturaleza descansa sobre la Física de Partículas del Modelo Estándar, el cual inicialmente fue establecida por S. Weinberg, A. Salam y S. Glashow cerca de los años 60 en un marco de una Teoría gauge No-Abeliana. El modelo trata con partículas elementales, que son las constituyentes fundamentales del universo, y con tres de las cuatro interacciones fundamentales que experimentan estas partículas: electromagnética, débil y fuerte. Proporciona una descripción exitosa de todos los datos experimentales, dentro de un contexto Fenomenológico, y con la confirmación del bosón de Higgs en el Gran Colisionador de Hadrones (LHC) en julio del 2012, representa uno de los grandes triunfos en la Física Moderna.

El Modelo Estándar está basado en principios de simetría: el grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ describe la interacción electrodébil y $SU(3)_C$ la nuclear fuerte. Su versión unificadora de las 3 interacciones se ve reflejada en el grupo $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

Actualmente, no hay evidencias experimentales que puedan contradecir de manera determinante sus predicciones; sin embargo, la descripción proporcionada por el Modelo Estándar sigue siendo incompleta, ya que existen observaciones experimentales, que como tal, no puede explicar, como: la violación de la universalidad leptónica, la proliferación de generaciones fermiónicas y de su espectro de masa, los mecanismos de violación CP, el rompimiento de la simetría, su gran número de parámetros arbitrarios (19 parámetros) y la oscilación de neutrinos. Asimismo, no incluye a la gravedad y deja de lado la explicación de la materia y energía oscura.

Por estas razones es importante estudiar extensiones del M. Estándar que forman parte de la “Nueva Física” o *física más allá del Modelo Estándar* como: Technicolor [11], Modelos Supersimétricos [12], o Modelos 331 [13] y sus diferentes mecanismos para intentar dar respuesta a los problemas mencionados anteriormente. Y en esa dirección, la investigación a escalas de energía de TeV es de gran importancia para la Física de Partículas.

El Modelo 331, resulta de extender el grupo de simetría electrodébil del Modelo Estándar $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ al grupo $SU(3)_L \otimes U(1)_N$. Como resultado de esto surgen un gran número de partículas: estándares y exóticas. Los Modelos 331 más relevantes son: Modelo 331 mínimo, Modelo 331 con neutrinos de mano derecha y Modelo 331 con leptones pesados.

Dentro del marco del Modelo 331 con leptones pesados, en el presente trabajo se expone el contenido de partículas presentes en este modelo, dentro de las cuales se encuentran el Bosón de Higgs Cargado H_2^\pm y el Bosón de Calibre V^\pm que son producidas a través de un proceso de colisión electrón-positrón e^-e^+ . En los capítulos siguientes se calcula las anchuras de decaimiento de H_2^\pm y V^\pm por intermedio de las reglas de Feynman. Finalmente, se determinan las razones de decaimiento más significativas con la intención de identificar los principales canales de decaimiento para tener alguna imagen en la búsqueda de una nueva física, la cual debe manifestarse en escalas de energía de TeV, y verificar la existencia de las partículas que postula el Modelo 331, ya sea, en el LCH o en colisionadores lineales - CLIC.

Introducción al Modelo 331

From the earliest times, man's dream has been to comprehend the complexity of nature in terms of as few unifying concepts as possible.

Toshiyuki Morii.
Kobe University, Japan

2.1. Modelo Estándar

Uno de los modelos teóricos más exitosos de la física moderna que da una descripción y explicación excelente del funcionamiento de la naturaleza y que ha salido victorioso de las innumerables pruebas experimentales es el Modelo Estándar de la Física de Partículas. En el modelo, las interacciones entre partículas elementales está basado en una teoría gauge No-Abeliana descrita por el grupo de simetría interna $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ¹ [10].

De acuerdo con la Física de Partículas, es posible clasificar a las partículas por su espín. A partículas con espín semi-entero se les denomina *fermiones*, a las cuales se le atribuye el origen a toda la materia existente en el universo, y a partículas con espín entero se les denomina *bosones*, siendo estas las mediadoras de las interacciones fundamentales de la naturaleza. Las interacciones entre partículas pueden ser de 4 tipos: Gravitatoria, Electromagnética, Nuclear Fuerte y Nuclear Débil. Para comprender cada una de estas fuerzas existe una teoría física. Con el Modelo Estándar solo es posible explicar las ultimas 3 interacciones ya que excluye a la fuerza gravitacional por sus efectos despreciables a pequeñas escalas.

¹El grupo $SU(3)_C$ describe la simetría de color de las interacciones nucleares fuertes, mientras que el producto directo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ describe las interacciones electrodébiles.

Aquellas partículas que no poseen una estructura interna o no se pueden componer de partículas más pequeñas se les denominan *partículas elementales* y se clasifican en leptones y quarks. Las partículas que constituyen el grupo de los leptones son: *electrón* (e^-), *muón* (μ^-) y *tauón* (τ^-) y sus neutrinos correspondientes (ν_e, ν_μ, ν_τ). Mientras que el sector de quarks viene conformado por: *up* (u), *down* (d), *strange* (s), *charm* (c), *top* (t) y *bottom* (b). La primera generación, en los leptones lo conforman el electrón y el neutrino electrónico y en el sector de los quarks es constituido por el *quark-up* y *quark-down*. La segunda y tercera generación son una copia de la primera y solamente difieren en el valor de su masa.

Leptones

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

Quarks

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

Las 4 fuerzas fundamentales existentes en la naturaleza son mediadas por partículas de intercambio. A la partícula mediadora de la fuerza gravitacional se le denomina *gravitón*, para la fuerza electromagnética se tiene el *fotón*, para la fuerza nuclear fuerte existe los *gluones* y para la fuerza débil están los bosones vectoriales W^\pm y Z [4].

El Modelo Estándar se completa con el sector de Higgs constituido por bosones de Higgs cuya función es dotar de masa a las partículas por medio del Mecanismo de Higgs. Precisamente, la última partícula que fue descubierta en el gran colisionador de hadrones (LHC) en los experimentos ATLAS y CMS en el 2012 y pertenece a este sector es el *bosón de Higgs* H^0 , una partícula escalar masiva con espín y carga igual a cero.

2.2. Modelo 331

Dentro de la gran variedad de modelos extendidos del Modelo Estándar se encuentra el Modelo 331, el cual posee la simetría $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$. Este modelo surge de extender el grupo de simetría de la parte electrodébil $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ del Modelo Estándar al grupo $SU(3)_L \otimes$

$U(1)_N$. Una consecuencia inmediata de esta extensión es el surgimiento de nuevas partículas, además de las del Modelo Estándar, como leptones exóticos pesados, nuevos bosones de calibre y Higgs cargados y doblemente cargados. Aunque cada generación de partículas posee anomalías², el nuevo modelo (Modelo 331) queda libre de anomalías si el número de generaciones es múltiplo del número de color [13, 18], resultando en una teoría renormalizable.

2.2.1. Partículas del Modelo 331

1. Quarks

En el Modelo 331, el sector de quarks lo conforman las siguientes partículas:

■ Quarks mano izquierda

$$Q_{1L} = \begin{pmatrix} u' \\ d' \\ J_1 \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, +2/3); \quad Q_{2L} = \begin{pmatrix} J'_2 \\ c' \\ s' \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}^*, -1/3);$$

$$Q_{3L} = \begin{pmatrix} J'_3 \\ t' \\ b' \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}^*, -1/3) \quad (2.1)$$

donde la primera familia o generación de quarks pertenecen a la representación fundamental de $SU(3)_L$, mientras que la segunda y tercera familia pertenecen a la representación adjunta, esto último es para evitar anomalías en el modelo [15]. J_1 y J_α ($\alpha = 2, 3$) son los quarks exóticos y poseen una carga de $5/3$ y $-4/3$ veces la carga del protón (e), respectivamente. [19–21]. Los valores $+2/3$ y $-1/3$ en (2.1) representan las cargas de los quarks correspondientes al grupo $U(1)_N$.

Nota: Los campos primados son combinaciones lineales de los eigenestados masivos.

■ Quarks de mano derecha

$$U'_R(\mathbf{1}, 2/3); \quad D'_R(\mathbf{1}, -1/3); \quad J_{1R}(\mathbf{1}, +5/3); \quad J'_{\alpha R}(\mathbf{1}, -4/3) \quad (2.2)$$

con la definición $U = u, c, t$ y $D = d, s, b$. Los quarks de mano derecha transforman como singletes bajo el grupo $SU(3)_L$.

²Por una teoría de campos con anomalías entienda-se a que las leyes de conservación en la teoría a un nivel de árbol no se mantienen o son violadas cuando se trabaja en un nivel cuántico o de loop por contribuciones de los loops presentes en los diagramas [10].

2. Leptones

El sector leptónico está conformado por las siguientes partículas:

- Leptones de mano izquierda

$$E_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e' \\ E' \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, 0); \quad M_L = \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu' \\ M' \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, 0);$$

$$T_L = \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau' \\ T' \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, 0) \quad (2.3)$$

A diferencia de los quarks, en los leptones todas las familias pertenecen a la misma representación del grupo $SU(3)_L$.

- Leptones de mano derecha

$$l'_R(\mathbf{1}, -1), \quad P'_R(\mathbf{1}, 1) \quad (2.4)$$

donde $l' = e', \mu', \tau'$ y $P' = E', M', T'$. Estos leptones de mano derecha se transforman como singletes ante $SU(3)_L$.

Los eigenestados físicos resultan de la transformación

$$l'_{aL(R)} = \mathcal{A}_{ab}^{L(R)} l_{bL(R)} \quad (2.5a) \quad D'_{L(R)} = \mathcal{D}_{ab}^{L(R)} D_{L(R)} \quad (2.5d)$$

$$P'_{aL(R)} = \mathcal{B}_{ab}^{L(R)} P_{bL(R)} \quad (2.5b) \quad J'_{L(R)} = \mathcal{J}^{L(R)} J_{L(R)} \quad (2.5e)$$

$$U'_{L(R)} = \mathcal{U}_{ab}^{L(R)} U_{L(R)} \quad (2.5c)$$

donde:

$U_{L(R)} = (u \ c \ t)_{L(R)}$, $D_{L(R)} = (d \ s \ b)_{L(R)}$, $J_{L(R)} = (J_1 \ J_2 \ J_3)_{L(R)}$ y $\mathcal{A}^{L(R)}$, $\mathcal{B}^{L(R)}$, $\mathcal{U}^{L(R)}$, $\mathcal{D}^{L(R)}$, $\mathcal{J}^{L(R)}$ son las matrices de mezcla [14].

3. Bosones de Higgs

A parte del Higgs H_1^0 , similar al Higgs H^0 del Modelo Estándar, en el Modelo 331 aparecen nuevos Higgs como:

$$H_1^0, H_2^0, H_3^0, h^0, H_1^\pm, H_2^\pm \text{ y } H^{\pm\pm}.$$

Para dotar de masa a fermiones y bosones, se introduce los siguientes tripletes de Higgs, η , ρ y χ :

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^+ \end{pmatrix} \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix}$$

(3,0) (3,1) (3,-1)

cuyos valores esperados de vacío de sus componentes neutras

$$\langle \eta^0 \rangle = v_\eta, \quad \langle \rho^0 \rangle = v_\rho, \quad \langle \chi^0 \rangle = v_\chi$$

satisfacen

$$v_\eta^2 + v_\rho^2 = v_w^2 = (246 \text{ GeV})^2$$

donde v_w es el valor esperado de vacío (VEV).

Estos tripletes de Higgs producen el siguiente rompimiento de simetría jerárquico

$$SU(3)_L \otimes U(1)_N \xrightarrow{\langle \chi \rangle} SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{\langle \rho, \eta \rangle} U(1)_{em}$$

Luego de la ruptura de la simetría, las masas de los campos escalares están dados por [16, 17]:

- Higgs Neutros

$$M_{H_1^0}^2 \approx 4 \frac{\lambda_2 v_\rho^4 - 2\lambda_1 v_\eta^4}{v_\eta^2 - v_\rho^2}; \quad M_{H_2^0}^2 \approx \frac{v_w^2}{2v_\eta v_\rho} v_\chi^2$$

$$M_{H_3^0}^2 \approx -\lambda_3 v_\chi^2, \quad M_h^2 = -\frac{f v_\chi}{v_\eta v_\rho} \left[v_w^2 + \left(\frac{v_\eta v_\rho}{v_\chi} \right)^2 \right] \quad (2.6)$$

- Higgs Cargados

$$M_{H_1^\pm}^2 = \frac{v_w^2}{2v_\eta v_\rho} (f v_\chi - 2\lambda_7 v_\eta v_\rho);$$

$$M_{H_2^\pm}^2 = \frac{v_\eta^2 + v_\chi^2}{2v_\eta v_\rho} (f v_\rho - 2\lambda_8 v_\eta v_\chi) \quad (2.7)$$

- Higgs Doblemente Cargado

$$M_{H^{\pm\pm}}^2 = \frac{v_\rho^2 + v_\chi^2}{2v_\rho v_\chi} (f v_\eta - 2\lambda_9 v_\rho v_\chi) \quad (2.8)$$

donde f es una constante de acoplamiento con dimensión de masa y $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, 10)$ son constantes adimensionales. Además, se consideró $v_\chi \gg v_{\rho, \eta}$ e impuso la condición $-f \simeq v_\chi$ [14].

4. *Bosones de Calibre*

Además de las partículas intermedias del Modelo Estándar (γ , W^\pm y Z), el Modelo 331 predice la existencia del bosón neutro Z' , dos bosones cargados V^\pm y dos bosones doblemente cargados $U^{\pm\pm}$. Las masas de los nuevos bosones en función del seno de Weinberg θ_w , de los valores esperados del vacío y de la carga elemental (e), son [16, 17]:

$$\begin{aligned} M_{Z'}^2 &\approx \left(\frac{ev_\chi}{s_w}\right)^2 \frac{2(1-s_w^2)}{3(1-4s_w^2)}; & M_V^2 &= \left(\frac{e}{s_w}\right)^2 \frac{v_\eta^2 + v_\chi^2}{2}; \\ M_U^2 &= \left(\frac{e}{s_w}\right)^2 \frac{v_\rho^2 + v_\chi^2}{2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde:

$$s_w^2 = \sin^2\theta_w = \frac{t^2}{1+4t^2}; \quad t = \frac{g'}{g}; \quad g = \frac{e}{s_w}$$

La interacción entre bosones de calibre y de Higgs resulta del siguiente lagrangiano

$$\mathcal{L}_{GH} = \sum_{\varphi} (\mathcal{D}_\mu\varphi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu\varphi) \quad (2.10)$$

con la derivada covariante dada por

$$D_\mu\varphi_i = \partial_\mu\varphi_i - ig \left(\vec{W}_\mu \cdot \frac{\vec{\lambda}}{2} \right)_i^j \varphi_j - ig' N_\varphi \varphi_i B_\mu \quad (2.11)$$

donde N_φ son las cargas de $U(1)$ para los tripletes ($\varphi = \eta, \rho, \chi$). \vec{W}_μ y B_μ son los campos tensoriales de $SU(2)$ y $U(1)$, respectivamente, $\vec{\lambda}$ son las matrices de Gell-Mann, g y g' son las constantes de acoplamiento para $SU(2)$ y $U(1)$, respectivamente [14].

Amplitud, Anchura y Diagramas de Feynman

The task of the theorist is then to compute as accurately as possible the decay rates Γ_j for each particle described by his or her proposed theory. The task of the experimentalist is to measure each Γ_j as precisely as possible to test the theory.

Robert Mann.
UNIVERSITY OF WATERLOO
ONTARIO, CANADA

En los experimentos de colisión y decaimiento de partículas (como los que se realizan en el LHC) es de gran importancia para los físicos conocer la anchura de decaimiento de las partículas y la sección eficaz del proceso debido a que en ellas se encuentra gran información de las partículas. Con propósitos del presente trabajo, a continuación se presenta el método analítico usual para calcular la anchura de decaimiento de una partícula.

3.1. Amplitud y Anchura de Decaimiento

Cada proceso de decaimiento, en Teoría Cuántica de Campos, es representado por una *Amplitud de decaimiento* \mathcal{M} (o simplemente *Amplitud*) debido a que en esta se encuentra toda la información del proceso. Es de gran importancia conocer la amplitud porque a partir de ello se determina los observables como la *anchura de decaimiento* Γ , probabilidad de transición por unidad de tiempo de un estado inicial $|i\rangle$ a un estado final $|f\rangle$, y la *sección eficaz* σ , probabilidad que el proceso de decaimiento ocurra [8].

Para determinar la amplitud de un proceso de decaimiento se puede *Iniciar desde un Lagrangiano de Interacción de la Teoría Cuántica de Campos* o aplicar directamente el *Método de los Diagramas de Feynman*. En el presente trabajo nos enfocaremos en obtener la amplitud, y por

ende la anchura de decaimiento, mediante los diagramas de Feynman. La *amplitud invariante promedio* $\overline{|\mathcal{M}|^2}$ se obtiene al elevar al cuadrado la amplitud \mathcal{M} y sumar sobre los grados de libertad no observados en el proceso de decaimiento, tales como las proyecciones de espín o proyecciones de color [4]

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \sum_{spin} |\mathcal{M}|^2 \quad (3.1)$$

Por lo general; una partícula presenta más de un modo de decaimiento j y es usual llamarles *canales de decaimiento*. La anchura para cada canal de decaimiento j recibe el nombre de *anchura parcial* Γ_j y el cálculo de esta se obtiene de una manera independiente entre los canales j [1, 9]. La anchura total es la suma de las anchuras parciales de cada proceso

$$\Gamma_{tot} = \sum_{j=1}^n \Gamma_j \quad (3.2)$$

El *tiempo de vida media* τ ¹ de una partícula medido en un sistema de referencia en el cual la partícula se encuentra en reposo está relacionado con la anchura total de decaimiento mediante

$$\tau = \frac{1}{\Gamma_{tot}} \quad (3.3)$$

El *Branching ratio*, probabilidad de que una partícula decaiga a un estado final en específico, viene definido por la anchura de un canal j relativo a la anchura total

$$B_j = \frac{\Gamma_j}{\Gamma_{tot}} \quad (3.4)$$

con

$$\sum_j B_j = 1 \quad (3.5)$$

3.2. Diagramas de Feynman

Los diagramas de Feynman constituyen una herramienta de gran ayuda para seguir y visualizar la dinámica del proceso de interacciones entre partículas. A continuación, se presenta una representación en los diagramas de Feynman de bosones escalares y vectoriales y fermiones que resultan en el decaimiento de H_2^\pm y V^\pm .

¹El tiempo de vida media de una partícula es el tiempo que le toma en decaer a otras partículas. Si la partícula no presenta decaimiento decimos que su tiempo de vida media es infinito y que se trata de una partícula *estable* [9].

3.2.1. Bosones Escalares

Se trata de partículas con espín cero y por ende, los campos asociados a estas partículas son escalares. En este sector, se encuentran los Higgs [14]:

$$H_1^0, H_2^0, H_3^0, h^0, H_1^\mp, H_2^\mp$$

La forma en como estas partículas son representadas en un diagrama de Feynman se muestra en la Fig.3.1: (a) si el bosón de Higgs está en un estado inicial y (b) si el bosón se encuentra en un estado final.

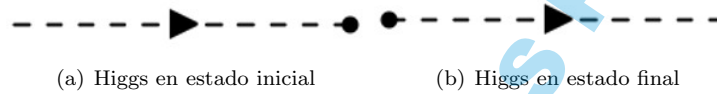


Figura 3.1: Representación en Diagrama de Feynman de los bosones de Higgs

Reglas de Feynman para bosones de Higgs

Debido a que los Higgs son partículas escalares, en la matriz amplitud \mathcal{M} estas partículas son representadas por la identidad 1.

3.2.2. Bosones Vectoriales

Conformado por partículas que poseen espín 1 y por consiguiente su campo es de naturaleza vectorial. Aquí se incluyen a las partículas intermediadoras [16, 17]:

$$\gamma, V^\pm, W^\pm, Z, Z', U^{\pm\pm}$$

En la Fig.3.2 se muestra la representación en diagrama de Feynman para estas partículas intermediadoras: (a) en su estado inicial y (b) en su estado final.

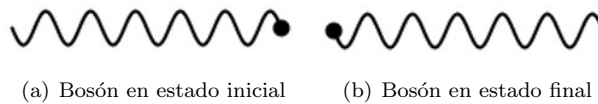


Figura 3.2: Representación en Diagrama de Feynman de los Bosón Vectoriales

Reglas de Feynman para bosones vectoriales

Según las reglas de Feynman; un bosón vectorial con momento p y proyección de espín λ , en un estado inicial viene representado por el vector de polarización $\epsilon_\mu(p, \lambda)$ y un bosón en un estado final es representado por $\epsilon_\mu^*(p, \lambda)$ en la matriz amplitud \mathcal{M} .

3.2.3. Fermiones

En particular, consideramos a partículas con espín $1/2$, estos son, leptones y quarks [13]:

$$u, \bar{u}, J_1, \bar{J}_1, P^+, P^-, \nu_l, \bar{\nu}_l$$

donde $P = E, M, T$ y $l = e, \mu, \tau$.

Para estas partículas, su representación en diagrama de Feynman se muestra en la Fig.3.3: (a) para un fermión en estado inicial y (b) en un estado final.

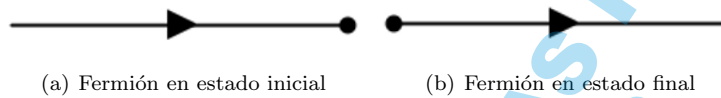


Figura 3.3: Representación en Diagrama de Feynman de los Fermiones

Reglas de Feynman para Fermiones espín- $1/2$

De acuerdo a las reglas de Feynman; un partícula (anti-partícula) con momento p (k) y proyección de espín σ (σ'), en un estado inicial viene representado por el espinor y solución de la ecuación de Dirac $u(p, \sigma)$ ($\bar{v}(k, \sigma')$) y en un estado final por $\bar{u}(p, \sigma)$ ($v(k, \sigma')$) en la matriz amplitud \mathcal{M} [1, 2].

3.2.4. Interacciones

En un diagrama de Feynman las interacciones entre partículas vienen representados por los vértices del diagrama. A continuación presentamos el acoplamiento del Higgs H_2^\mp y el bosón de calibre V^\mp , cuando estas decaen, a partículas estándares y del Modelo 331.

1] En el decaimiento del bosón H_2^\mp

El bosón de Higgs H_2^\pm presenta los canales de decaimiento que se muestran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Decaimientos posibles del bosón H_2^\pm .

Decaimiento Fermión-Fermión	Decaimiento Calibre-Calibre	Decaimiento Calibre-Higgs
$uJ_1, \bar{u}J_1,$ $P^- \nu_l, P^+ \bar{\nu}_l$	$V^\mp \gamma, ZV^\mp,$ $Z'V^\mp$	$W^\mp H^{\mp\mp}, V^\mp H_k^0,$ $V^\mp h^0$

donde $P = E, M, T$; $l = e, \mu, \tau$; $k = 1, 2, 3$.

Sea:

p : 4-momento de H_2^\mp .

p_1, p_2 : 4-momentos de las partículas finales.

a) Acoplamiento Higgs-Fermión-Fermión

En la Fig.3.4 se muestra una representación en diagramas de Feynman el acoplamiento del Higgs H_2^- con los fermiones (a) $u\bar{J}_1$ y (b) $P^- \nu_l$.

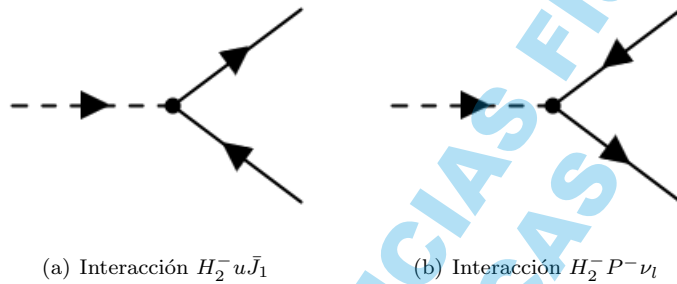


Figura 3.4: Diagramas de Feynman para el acoplamiento Higgs-Fermión-Fermión.

Reglas de Feynman para el acoplamiento Higgs-Fermión-Fermión

Los vértices, lugar que representa la interacción del Higgs H_2^\mp con los fermiones, para cada proceso de decaimiento de H_2^\mp , vienen dados en las ecuaciones 3.6a y 3.6b

■ Vértice $H_2^- u\bar{J}_1 (H_2^+ \bar{u}J_1)$

■ Vértice $H_2^- P^- \nu_l (H_2^+ P^+ \bar{\nu}_l)$

$$\frac{M_u^2 v_\chi^2}{v_w^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)} \quad (3.6a)$$

$$\frac{M_P^2 v_\rho^2}{v_w^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)} \quad (3.6b)$$

donde M_u y M_P son las masas de las partículas u y P , v_ρ, v_η y v_χ son los valores esperados de vacío y v_w es el valor esperado de vacío de Weinberg.

b) Acoplamiento Higgs-Calibre-Higgs

En la Fig.3.5 se muestra el acoplamiento del Higgs H_2^- con los bosones de Calibre (V^-, W^+) y bosones de Higgs (h^0, H_k^0, H^{--}), con $k = 1, 2, 3$.

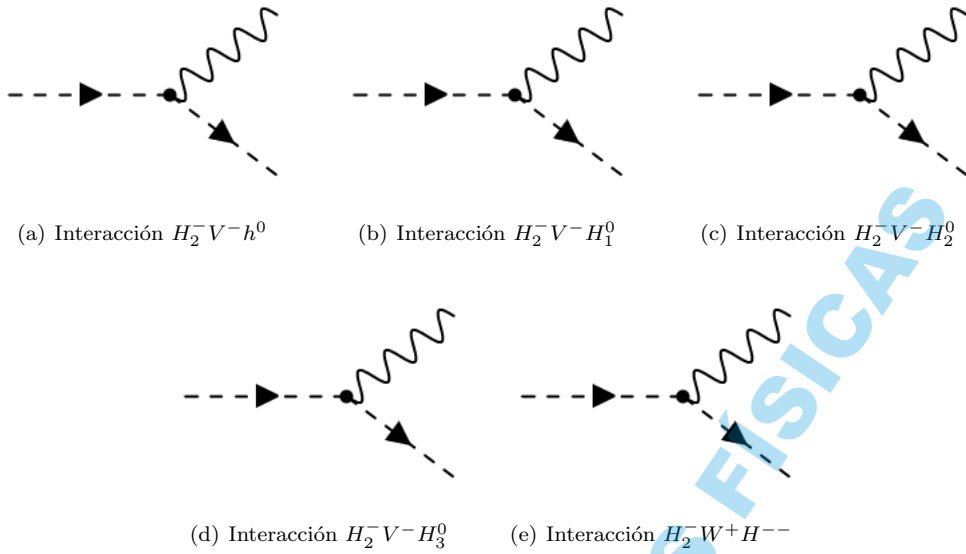


Figura 3.5: Diagramas de Feynman para el acoplamiento Higgs-Calibre-Higgs.

Reglas de Feynman para el acoplamiento Higgs-Calibre-Higgs

En el acoplamiento del Higgs H_2^\mp con los bosones (Calibre-Higgs), los vértices para cada proceso de decaimiento se expresan en las ecuaciones 3.7a-3.7e

- Vértice $H_2^\mp V^\mp h^0$

$$-i \frac{e}{2\sqrt{2}} \frac{\mathcal{V}_{\rho,\chi}}{s_w v_\chi} (p_1 + p_2)_\mu \quad (3.7a)$$

- Vértice $H_2^\mp V^\mp H_1^0$

$$\frac{e}{2\sqrt{2}} \frac{\mathcal{V}_{\rho,\chi}}{s_w v_w} (p_1 + p_2)_\mu \quad (3.7b)$$

- Vértice $H_2^\mp V^\mp H_2^0$

$$\frac{e}{2\sqrt{2}} \frac{1}{s_w v_w} \frac{v_\eta \mathcal{V}_{\rho,\chi}}{v_\rho} (p_1 + p_2)_\mu \quad (3.7c)$$

- Vértice $H_2^\mp V^\mp H_3^0$

$$\frac{e}{2\sqrt{2}} \frac{v_\rho \mathcal{V}_{\rho,\chi}}{s_w v_\chi} (p_1 + p_2)_\mu \quad (3.7d)$$

- Vértice $H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}$

$$- \frac{e}{2\sqrt{2}} \frac{\mathcal{V}_{\rho,\chi} \mathcal{V}_{\eta,\chi}}{v_\chi} (p_1 + p_2)_\mu \quad (3.7e)$$

con las definiciones

$$\mathcal{V}_{\rho,\chi} = \frac{v_\rho v_\chi}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}}$$

$$\mathcal{V}_{\eta,\chi} = \frac{v_\eta}{\sqrt{v_\eta^2 + v_\chi^2}}$$

donde $s_w = \text{sen}\theta_w$ y e es la carga eléctrica del protón.

c) Acoplamiento Higgs-Calibre-Calibre

En la Fig. 3.6 se muestran, en diagrams de Feynman, las interacciones entre el Higgs H_2^- y los bosones de Calibre $V^- \gamma$, ZV^- , $Z'V^-$.

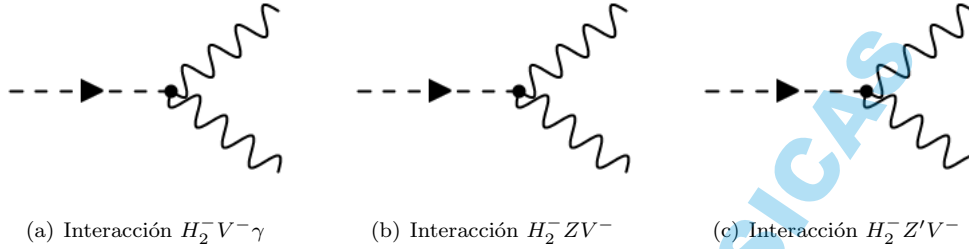
(a) Interacción $H_2^- V^- \gamma$ (b) Interacción $H_2^- ZV^-$ (c) Interacción $H_2^- Z'V^-$

Figura 3.6: Diagramas de Feynman para el acoplamiento Higgs-Calibre-Calibre.

Reglas de Feynman para el acoplamiento Higgs-Calibre-Calibre

Los vértices correspondientes a las interacciones mostradas en la Fig. 3.6, vienen expresados en las ecuaciones 3.8a-3.8c

- Vértice $H_2^\mp W^\mp \gamma$

$$i \frac{e}{\sqrt{2}} \mathcal{V}_{\rho,\chi} \eta_{\mu\nu} \quad (3.8a)$$

- Vértice $H_2^\mp Z'V^\pm$

$$\frac{e^2}{\sqrt{6}} \frac{1}{s_w^2 c_w} \frac{(7s_w^2 - 1) \mathcal{V}_{\rho,\chi}}{\sqrt{4s_w^2 - 1}} \eta_{\mu\nu} \quad (3.8b)$$

- Vértice $H_2^\mp ZV^\pm$

$$ie^2 \frac{1 + s_w^2}{s_w^2 c_w} \mathcal{V}_{\rho,\chi} \eta_{\mu\nu} \quad (3.8c)$$

donde $c_w = \cos\theta_w$ y $\eta_{\mu\nu}$ es el tensor métrico.

2. En el decaimiento del bosón V^\mp

El bosón de Calibre V^\mp decae en los canales que se muestran en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2: Decaimientos posibles del bosón V^\pm .

Decaimiento Fermión-Fermión	Decaimiento Higgs-Calibre	Decaimiento Higgs-Higgs	Decaimiento Calibre-Calibre
$u\bar{J}_1, \bar{u}J_1,$ $P^- \nu_l, P^+ \bar{\nu}_l$	$H_2^\mp Z,$ $H_2^\mp \gamma$	$H_2^\mp H_k^0, H_2^\mp h^0,$ $H^{\mp\mp} H_1^\pm$	$W^\mp \gamma, W^\pm U^{\mp\mp}$ $V^\mp Z$

Sea:

p : 4-momento de V^\mp .

q, k : 4-momentos de las partículas finales.

a) Acoplamiento Calibre-Fermión-Fermión

Se presentan, en la Fig.3.7, las interacciones del bosón de Calibre V^- con los fermiones $u\bar{J}_1$ y $P^-\nu_l$.

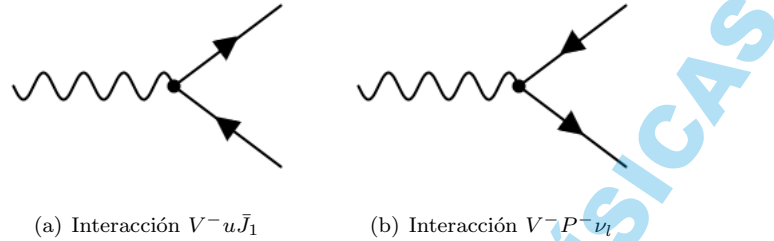


Figura 3.7: Diagramas de Feynman para el acoplamiento Calibre-Fermión-Fermión.

Reglas de Feynman para el acoplamiento Calibre-Fermión-Fermión

Los vértices correspondientes a las interacciones mostradas en la Fig.3.7, en la matriz amplitud \mathcal{M} vienen dados por las ecuaciones 3.9a y 3.9b

<p>■ Vértice $V^- u\bar{J}_1(V^+ \bar{u}J_1)$</p> $-i \frac{e}{2\sqrt{2} s_w} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \quad (3.9a)$	<p>■ Vértice $V^- P^-\nu_l(V^+ P^+\bar{\nu}_l)$</p> $-i \frac{e}{2\sqrt{2} s_w} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \quad (3.9b)$
--	--

donde γ^μ y γ^5 son las matrices de Dirac.

b) Acoplamiento Calibre-Higgs-Calibre

Las interacciones Calibre(V^-)-Higgs(H_2^-)-Calibre(γ, Z) se muestran en la Fig.3.8

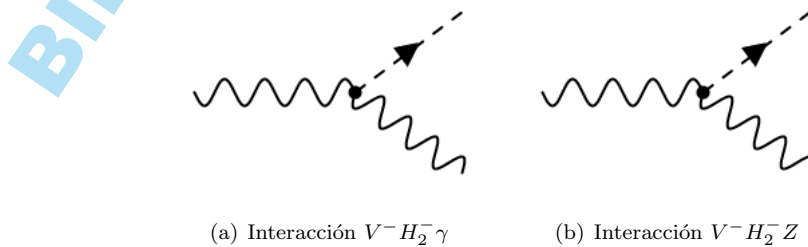


Figura 3.8: Diagramas de Feynman para el acoplamiento Calibre-Higgs-Calibre.

Reglas de Feynman para el acoplamiento Calibre-Higgs-Calibre

Los vértices de las interacciones mostradas en la Fig.3.8, vienen dados por las ecuaciones 3.10a y 3.10b

- Vértice $V^\mp H_2^\mp \gamma$

$$-i \frac{e^2}{\sqrt{2}} \mathcal{V}_{\rho,\chi} \eta_{\mu\nu} \quad (3.10a)$$

- Vértice $V^\mp H_2^\mp Z$

$$\frac{ie^2}{\sqrt{2}} \frac{1 + s_w^2}{s_w^2 c_w} \mathcal{V}_{\rho,\chi} \eta_{\mu\nu} \quad (3.10b)$$

c) Acoplamiento Calibre-Higgs-Higgs

En la Fig.3.9 se muestra las interacciones del bosón de Calibre V^- con los bosones de Higgs h^0, H_k^0, H_1^+ , ($k = 1, 2, 3$).

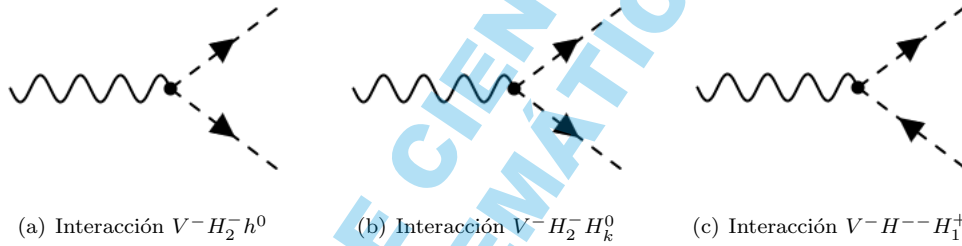


Figura 3.9: Diagramas de Feynman para el acoplamiento Calibre-Higgs-Higgs.

Reglas de Feynman para el acoplamiento Calibre-Higgs-Higgs

En la matriz amplitud \mathcal{M} , los vértices correspondientes a las interacciones de la Fig.3.9 vienen expresados en las ecuaciones 3.11a-3.11e

- Vértice $V^\mp H_2^\mp h^0$

$$-i \frac{e^2}{2\sqrt{2}} \frac{\mathcal{V}_{\rho,\chi}}{s_w v_\chi} (-k + q)_\mu \quad (3.11a)$$

- Vértice $V^\mp H_2^\mp H_2^0$

$$-i \frac{e}{2\sqrt{2}} \frac{\mathcal{V}_{\rho,\chi} v_\eta}{s_w v_w v_\rho} (-k + q)_\mu \quad (3.11c)$$

- Vértice $V^\mp H_2^\mp H_1^0$

$$-i \frac{e}{2\sqrt{2}} \frac{\mathcal{V}_{\rho,\chi}}{s_w v_w} (-k + q)_\mu \quad (3.11b)$$

- Vértice $V^\mp H_2^\mp H_3^0$

$$-i \frac{e}{2\sqrt{2}} \frac{\mathcal{V}_{\rho,\chi}}{s_w v_\chi} (-k + q)_\mu \quad (3.11d)$$

- Vértice $V^\mp H^{\mp\mp} H_1^\pm$

$$-\frac{e}{2\sqrt{2}} \frac{\mathcal{V}_{\eta,\chi} v_\rho v_\chi}{s_w v_w v_\eta} (-k - q)_\mu \quad (3.11e)$$

d) Acoplamiento Calibre-Calibre-Calibre

En la Fig.3.10 se presenta las interacciones Calibre (V^\mp)-Calibre (W^\mp)-Calibre ($\gamma, U^{\mp\mp}, Z$).

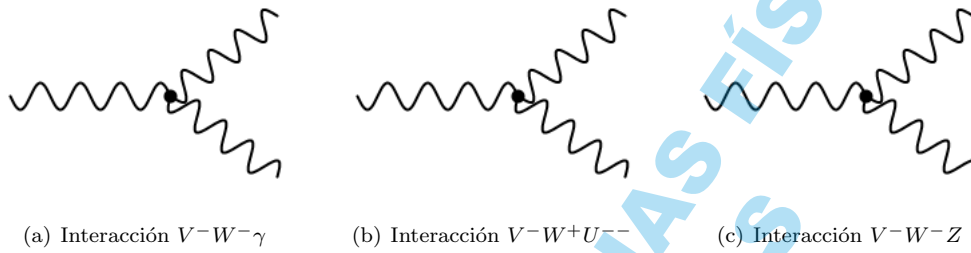


Figura 3.10: Diagramas de Feynman para el acoplamiento Calibre-Calibre-Calibre.

Reglas de Feynman para el acoplamiento Calibre-Calibre-Calibre

Los vértices correspondientes a las interacciones mostradas en la Fig.3.10, se expresan mediante las ecuaciones 3.12a-3.12c

- Vértice $V^\mp W^\mp \gamma$

$$-e[(p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} + (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} + (-q-p)_\alpha \eta_{\nu\mu}] \quad (3.12a)$$

- Vértice $V^\mp W^\pm U^{\mp\mp}$

$$-\frac{e}{s_w \sqrt{2}} [(p-k)_\nu \eta_{\mu\alpha} + (k+q)_\mu \eta_{\alpha\nu} + (-q-p)_\alpha \eta_{\nu\mu}] \quad (3.12b)$$

- Vértice $V^\mp W^\mp Z$

$$et_w [(p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} + (-k+q)_\mu \eta_{\alpha\nu} + (-q-p)_\alpha \eta_{\nu\mu}] \quad (3.12c)$$

donde

$$t_w^2 = \frac{s_w^2}{1 - 4s_w^2}$$

3.2.5. Relaciones de Completitud

Los vectores de polarización $\epsilon(p, \lambda)$ de partículas con espín-1 satisfacen las siguientes relaciones de completitud [3, 6]:

a.) Partículas masivas

$$\sum_{\lambda} \epsilon^{\mu}(p, \lambda) \epsilon^{\nu*}(p, \lambda) = -\eta^{\mu\nu} + \frac{p^{\mu} p^{\nu}}{M_X^2} \quad (3.13a)$$

donde:

$$X = W^{\pm}, V^{\pm}, Z, Z', U^{\mp\mp}$$

M_X – masa de la partícula X

b.) Partículas sin masa

p.ej. *fotón*

$$\sum_{\lambda} \epsilon^{\mu}(p, \lambda) \epsilon^{\nu*}(p, \lambda) = -\eta^{\mu\nu} \quad (3.13b)$$

Los espinores $u(p, \sigma)$ y $v(p, \sigma')$, asociados a las partículas con espín 1/2 y 4-momento p , satisfacen las siguientes relaciones de completitud:

c.) Partículas

$$\sum_{\sigma} u(p, \sigma) \bar{u}(p, \sigma) = \not{p} + M \quad (3.14a)$$

d.) Antipartículas

$$\sum_{\sigma'} v(p, \sigma') \bar{v}(p, \sigma') = \not{p} - M \quad (3.14b)$$

e.) Partículas y Antipartículas sin masa

p.ej. *neutrino*

$$\sum_{\sigma} u(p, \sigma) \bar{u}(p, \sigma) = \not{p} \quad (3.14c)$$

$$\sum_{\sigma'} v(p, \sigma') \bar{v}(p, \sigma') = \not{p} \quad (3.14d)$$

donde:

$$\not{p} \equiv p_{\mu} \gamma^{\mu}$$

M – masa de la partícula o antipartícula de espín 1/2

Anchura del Bosón de Higgs H_2^\pm

El bosón de Higgs cargado H_2^\pm forma parte del grupo de bosones del modelo 331. Es una partícula con espín igual a 0 y el campo asociado a ésta es del tipo escalar. Hasta la fecha, esta partícula no ha sido observada en algún detector, por lo que analizar su decaimiento será crucial y de gran importancia al momento de realizar los experimentos que prueben el Modelo 331. A continuación se calcula las amplitudes y anchuras de decaimiento del bosón H_2^\pm , mediante los diagramas de Feynman, en los canales que mayor contribución dan a su señal de decaimiento.

$$\begin{aligned} \Gamma_{H_2^\mp \mapsto \text{Todo}} = & \Gamma_{H_2^-(H_2^+) \mapsto u\bar{J}_1(\bar{u}J_1)} + \Gamma_{H_2^-(H_2^+) \mapsto P^-\nu_l(P^+\bar{\nu}_l)} + \Gamma_{H_2^\mp \mapsto V^\mp\gamma} \\ & + \Gamma_{H_2^\mp \mapsto ZV^\mp} + \Gamma_{H_2^\mp \mapsto Z'V^\mp} + \Gamma_{H_2^\mp \mapsto W^\pm H^{\mp\mp}} \\ & + \Gamma_{H_2^\mp \mapsto V^\mp H_k^0} + \Gamma_{H_2^\mp \mapsto V^\mp h^0} \end{aligned}$$

donde $l = e, \mu, \tau$, $P = E, M, T$ y $k = 1, 2, 3$.

En la Tabla 4.1 se muestran los decaimientos más relevantes del H_2^\pm y los cuales son analizados en este capítulo.

Tabla 4.1: Decaimientos del bosón de Higgs H_2^\pm .

Decaimiento Fermión-Fermión	Decaimiento Calibre-Calibre	Decaimiento Calibre-Higgs
$H_2^- \mapsto u\bar{J}_1, H_2^+ \mapsto \bar{u}J_1,$ $H_2^- \mapsto P^-\nu_l, H_2^+ \mapsto P^+\bar{\nu}_l$	$H_2^\mp \mapsto V^\mp\gamma, H_2^\mp \mapsto ZV^\mp,$ $H_2^\mp \mapsto Z'V^\mp$	$H_2^\mp \mapsto W^\mp H^{\mp\mp}, H_2^\mp \mapsto V^\mp H_k^0,$ $H_2^\mp \mapsto V^\mp h^0$

Para el cálculo de amplitudes se designa la notación: p es el 4-momento de la partícula que decae (H_2^\pm) y p_1, p_2 son los 4-momentos de las partículas finales del decaimiento.

El decaimiento del bosón de Higgs H_2^\pm a un estado final en donde existen dos partículas a_1 y a_2 , matemáticamente se expresa

$$H_2^\pm \mapsto a_1 + a_2 \quad (4.1)$$

La anchura de este proceso de decaimiento Γ se obtiene de la ecuación diferencial [1]

$$d\Gamma = \frac{|\overline{\mathcal{M}}|^2 |\vec{p}_1| d\Omega}{32\pi^2 E_{H_2}^2} \quad (4.2)$$

donde E_{H_2} representa la energía del Higgs H_2^\pm , $d\Omega$ es el diferencial de ángulo sólido, $|\overline{\mathcal{M}}|^2$ es la amplitud promedio del decaimiento (4.1) y el módulo del momento de la partícula a_1 , viene dado por

$$|\vec{p}_1| = \frac{M_{H_2}}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_1 + M_2)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_1 - M_2)^2}{M_a^2} \right) \right]^{1/2} \quad (4.3)$$

Aquí, M_1 y M_2 son las masas de las partículas finales del decaimiento a_1 y a_2 , respectivamente y M_{H_2} es la masa de H_2^\pm .

4.1. Decaimiento del Higgs H_2^\pm en Fermiones

4.1.1. Decaimiento en Quarks

Decaimiento de $H_2^- (H_2^+)$ en $u(\bar{u})$ y $\bar{J}_1(J_1)$

■ Diagrama de Feynman:

El diagrama de Feynman que representa el decaimiento del bosón de Higgs cargado $H_2^- (H_2^+)$ en los quarks $u(\bar{u})$, de 4-momento p_1 , y $\bar{J}_1(J_1)$, con 4-momento p_2 , se muestra en la Fig.4.1

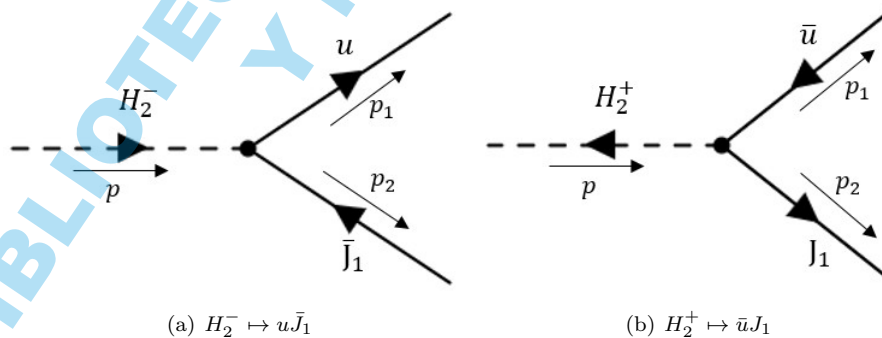


Figura 4.1: Diagrama de Feynman para el decaimiento $H_2^- (H_2^+) \mapsto u\bar{J}_1(\bar{u}J_1)$

■ Amplitud

Denotamos por λ y λ' las helicidades de u y \bar{J}_1 , respectivamente. De las reglas de Feynman se sigue que la amplitud invariante \mathcal{M} y su

adjunta \mathcal{M}^\dagger del proceso de decaimiento $H_2^- \mapsto u + \bar{J}_1$ son expresadas por

$$\begin{aligned}\mathcal{M} &= v(p_2, \lambda')[-i\sqrt{1/2}M_u C_{H_2^- u \bar{J}_1}] \bar{u}(p_1, \lambda) \\ \mathcal{M}^\dagger &= u(p_1, \lambda)[i\sqrt{1/2}M_u C_{H_2^- u \bar{J}_1}^\dagger] \bar{v}(p_2, \lambda')\end{aligned}$$

donde

$$C_{H_2^- u \bar{J}_1}^2 = \frac{v_\chi^2}{v_w^2(v_\rho^2 + v_\chi^2)}$$

■ Amplitud Promedio:

De lo anterior, el cuadrado de la amplitud invariante resulta:

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{2} \left| C_{H_2^- u \bar{J}_1} \right|^2 M_u^2 v(p_2, \lambda') \bar{u}(p_1, \lambda) u(p_1, \lambda) \bar{v}(p_2, \lambda')$$

Para este proceso, la amplitud promedio sobre los espines de H_2^\pm viene dada por

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{N_c}{2s_i + 1} \sum_{\lambda, \lambda'} |\mathcal{M}|^2$$

donde s_i denota el espín de la partícula que decae y N_c el número de color de los fermiones.

Como el bosón H_2^\pm tiene espín 0, $s_i = 0$, y los quarks u, \bar{J}_1 tienen $N_c = 3$, entonces la amplitud promedio viene dada por

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{3}{2} \left| C_{H_2^- u \bar{J}_1} \right|^2 M_u^2 \sum_{\lambda} u(p_1, \lambda) \bar{u}(p_1, \lambda) \sum_{\lambda'} v(p_2, \lambda') \bar{v}(p_2, \lambda')$$

Por las relaciones de completitud

$$\begin{aligned}\sum_{\lambda} u(p_1, \lambda) \bar{u}(p_1, \lambda) &= \not{p}_1 + M_u \\ \sum_{\lambda'} v(p_2, \lambda') \bar{v}(p_2, \lambda') &= \not{p}_2 - M_{\bar{J}_1}\end{aligned}$$

donde M_u y $M_{\bar{J}_1}$ representan las masas de los quarks u y \bar{J}_1 , respectivamente.

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{3}{2} \left| C_{H_2^- u \bar{J}_1} \right|^2 M_u^2 (\not{p}_1 + M_u) (\not{p}_2 - M_{\bar{J}_1})$$

Aplicando el *Casimir's trick*¹, obtenemos

$$\begin{aligned}
 \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \frac{3}{2} \left| C_{H_2^- u \bar{J}_1} \right|^2 M_u^2 \text{Tr}[(\not{p}_1 + M_u)(\not{p}_2 - M_{\bar{J}_1})] \\
 &= \frac{3}{2} \left| C_{H_2^- u \bar{J}_1} \right|^2 M_u^2 \text{Tr}[\gamma^\mu p_{1\mu} \gamma^\nu p_{2\nu} - \gamma^\mu p_{1\mu} M_{\bar{J}_1} \\
 &\quad + M_u \gamma^\nu p_{2\nu} - M_u M_{\bar{J}_1}] \\
 &= \frac{3}{2} \left| C_{H_2^- u \bar{J}_1} \right|^2 M_u^2 \left(p_{1\mu} p_{2\nu} \text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\nu] - p_{1\mu} M_{\bar{J}_1} \text{Tr}[\gamma^\mu] \right. \\
 &\quad \left. + M_u p_{2\nu} \text{Tr}[\gamma^\nu] - M_u M_{\bar{J}_1} \text{Tr}[I] \right)
 \end{aligned}$$

Por las propiedades

$$\text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\nu] = 4g^{\mu\nu}, \quad \text{Tr}[\gamma^\mu] = 0 \quad \text{y} \quad \text{Tr}[I] = 4$$

$$\begin{aligned}
 \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \frac{3}{2} \left| C_{H_2^- u \bar{J}_1} \right|^2 M_u^2 (4p_{1\mu} p_{2\nu} g^{\mu\nu} - 4M_u M_{\bar{J}_1}) \\
 &= 6 \left| C_{H_2^- u \bar{J}_1} \right|^2 M_u^2 (p_1 \cdot p_2 - M_u M_{\bar{J}_1})
 \end{aligned}$$

Finalmente, por la conservación del 4-momento

$$2p_1 \cdot p_2 = p^2 - p_1^2 - p_2^2$$

se llega al resultado

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = 3 \left| C_{H_2^- u \bar{J}_1} \right|^2 M_u^2 (p^2 - p_1^2 - p_2^2 - 2M_u M_{\bar{J}_1})$$

y teniendo en cuenta la ecuación relativista de energía-momento, donde $p^2 = M_{H_2}^2$, $p_1^2 = M_u^2$ y $p_2^2 = M_{\bar{J}_1}^2$, se deriva que la amplitud invariante promedio del decaimiento del bosón cargado H_2^- en los quarks u y \bar{J}_1 viene dada por

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^- u \bar{J}_1} = 3 \left| C_{H_2^- u \bar{J}_1} \right|^2 M_u^2 (M_{H_2}^2 - M_u^2 - M_{\bar{J}_1}^2 - 2M_u M_{\bar{J}_1}) \quad (4.4)$$

Como la amplitud (4.4) solo depende de las masas de las partículas, entonces

$$\boxed{\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^- u \bar{J}_1} = \overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^+ \bar{u} J_1}} \quad (4.5)$$

■ Anchura de Decaimiento:

De la ecuación (4.2), se deriva que la anchura de H_2^\pm en el canal de los quarks, viene expresada mediante

$$\Gamma_{H_2^- \rightarrow u \bar{J}_1} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 E_{H_2}^2} |\vec{p}_1| \overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^- u \bar{J}_1} \quad (4.6)$$

¹Ver Apéndice C.1.4

donde:

$$\begin{aligned} E_{H_2}^2 &= M_{H_2}^2 \\ d\Omega &= \text{sen}\theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

y de (4.3)

$$|\vec{p}_1| = \frac{M_{H_2}}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_u + M_{\bar{J}_1})^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_u - M_{\bar{J}_1})^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \quad (4.7)$$

y donde M_{H_2} , M_u y $M_{\bar{J}}$ representan las masas de H_2^- , u y \bar{J}_1 , respectivamente.

Sustituyendo la amplitud promedio (4.4) y el momento (4.7) en (4.6)

$$\begin{aligned} \Gamma_{H_2^- \rightarrow u\bar{J}_1} &= \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_{H_2}^2} \left| C_{H_2^- u\bar{J}_1} \right|^2 \left(3M_u^2 (M_{H_2}^2 - M_u^2 - M_{\bar{J}_1}^2 - 2M_u M_{\bar{J}_1}) \right) \\ &\quad \frac{M_{H_2}}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_u + M_{\bar{J}_1})^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_u - M_{\bar{J}_1})^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned}$$

Debido a que el integrando no depende de las variables angulares, entonces la integración anterior resulta

$$\begin{aligned} \Gamma_{H_2^- \rightarrow u\bar{J}_1} &= \frac{3M_u^2}{64\pi^2 M_{H_2}} \left| C_{H_2^- u\bar{J}_1} \right|^2 \left(M_{H_2}^2 - M_u^2 - M_{\bar{J}_1}^2 - 2M_u M_{\bar{J}_1} \right) \times \\ &\quad \left[\left(1 - \frac{(M_u + M_{\bar{J}_1})^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_u - M_{\bar{J}_1})^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \int_{\Omega} d\Omega \end{aligned}$$

La integración sobre el ángulo sólido es igual a 4π , por ende la anchura de decaimiento del bosón de Higgs para este proceso de decaimiento, $H_2^- \rightarrow u\bar{J}_1$, es

$$\begin{aligned} \Gamma_{H_2^- \rightarrow u\bar{J}_1} &= \frac{3M_u^2}{16\pi M_{H_2}} \left(\frac{v_\chi^2}{v_w^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)} \right) \times \\ &\quad \left(M_{H_2}^2 - M_u^2 - M_{\bar{J}_1}^2 - 2M_u M_{\bar{J}_1} \right) \times \\ &\quad \left[\left(1 - \frac{(M_u + M_{\bar{J}_1})^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_u - M_{\bar{J}_1})^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \quad (4.8) \end{aligned}$$

y además

$$\boxed{\Gamma_{H_2^- \rightarrow u\bar{J}_1} = \Gamma_{H_2^+ \rightarrow \bar{u}J_1}} \quad (4.9)$$

4.1.2. Decaimiento en Leptones

Decaimiento de $H_2^- (H_2^+)$ en $P^-(P^+)$ y $\nu_l(\bar{\nu}_l)$

- Diagrama de Feynman:

El diagrama de Feynman que representa tales procesos son los que se muestran en la Fig.4.2, donde p_1 y p_2 son los 4-momentos de $P^-(P^+)$ y $\nu_l(\bar{\nu}_l)$, respectivamente, con $l = e, \mu, \tau$ y $P = E, M, T$.

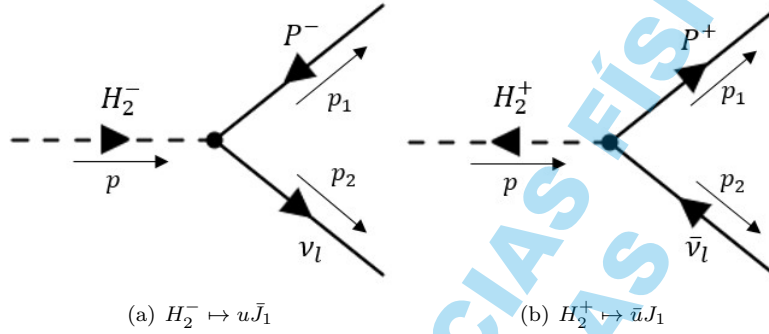


Figura 4.2: Diagrama de Feynman para el decaimiento $H_2^- (H_2^+) \mapsto l^- \bar{\nu}_l (l^+ \nu_l)$

- Amplitud:

Sea λ y λ' las helicidades de P^- y ν_l , respectivamente. Por las reglas de Feynman, la amplitud invariante \mathcal{M} y su adjunta \mathcal{M}^\dagger del proceso de decaimiento $H_2^- \mapsto P^- \nu_l$ vienen dadas por

$$\mathcal{M} = v(p_2, \lambda') \left[M_P^2 C_{H_2^\mp P^\mp} \right] \bar{u}(p_1, \lambda)$$

$$\mathcal{M}^\dagger = u(p_1, \lambda) \left[M_P^2 C_{H_2^\mp P^\mp} \right]^\dagger \bar{v}(p_2, \lambda')$$

donde

$$C_{H_2^\mp E^\mp}^2 = \frac{v_\rho^2}{v_w^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)}, \quad C_{H_2^\mp M^\mp}^2 = C_{H_2^\mp T^\mp}^2 = \frac{v_\rho^2}{v_\chi^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)}$$

- Amplitud Promedio:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{N_c}{2s_i + 1} \sum_{\lambda, \lambda'} |\mathcal{M}|^2$$

con $s_i = 0$ y para leptones $N_c = 1$ resulta ser

$$|\mathcal{M}|^2 = M_P^2 \left| C_{H_2^\mp P^\mp} \right|^2 v(p_2, \lambda') \bar{u}(p_1, \lambda) u(p_1, \lambda) \bar{v}(p_2, \lambda') \quad (4.10)$$

Observamos que la amplitud cuadrática (4.10) es idéntica a la que se obtuvo en la Sección (4.1.1); despreciando la masa del neutrino, concluimos que la amplitud invariante promedio del decaimiento $H_2^- \mapsto P^- \nu_l$, viene dada por

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^- P^- \nu_l} = \left| C_{H_2^\mp P^\mp} \right|^2 M_P^2 (M_{H_2}^2 - M_P^2) \quad (4.11)$$

donde M_{H_2} es la masa del bosón de Higgs cargado H_2^- y M_P la masa de P^- .

Como (4.11) solo depende de las masas de las partículas, entonces

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^- P^- \nu_l} = \overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^+ P^+ \bar{\nu}_l} \quad (4.12)$$

Finalmente,

a.) $P = E, l = e$ ($H_2^- \mapsto E^- \nu_e$)

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^- E^- \nu_e} = \frac{v_\rho^2}{v_w^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)} M_E^2 (M_{H_2}^2 - M_E^2) \quad (4.13)$$

b.) $P = M, l = \mu$ ($H_2^- \mapsto M^- \nu_\mu$)

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^- M^- \nu_\mu} = \frac{v_\rho^2}{v_\chi^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)} M_M^2 (M_{H_2}^2 - M_M^2) \quad (4.14)$$

c.) $P = T, l = \tau$ ($H_2^- \mapsto T^- \nu_\tau$)

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^- T^- \nu_\tau} = \frac{v_\rho^2}{v_\chi^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)} M_T^2 (M_{H_2}^2 - M_T^2) \quad (4.15)$$

Donde M_E, M_M y M_T son las masas de los leptones pesados E, M y T , respectivamente.

■ Anchura de Decaimiento:

De la ecuación (4.2), la anchura de H_2^- , en el canal de los leptones $P^- \nu_l$, viene dada por (4.16)

$$\Gamma_{H_2^- \mapsto P^- \nu_l} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 E_{H_2}^2} |\vec{p}_1| \overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^- P^- \nu_l} \quad (4.16)$$

donde:

$$\begin{aligned} E_{H_2}^2 &= M_{H_2}^2 \\ d\Omega &= \sin\theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

y de (4.3) se obtiene

$$|\vec{p}_1| = \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2 - M_P^2}{M_{H_2}} \quad (4.17)$$

donde M_{H_2} y M_P representan las masas de H_2^- y P^- , respectivamente.

Sustituyendo (4.11) y el momento (4.17) en (4.16) se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \Gamma_{H_2^- \rightarrow P^- \nu_l} &= \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_{H_2}^2} \left(\frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2 - M_P^2}{M_{H_2}} \right) \times \\ &\quad \left| C_{H_2^\mp P^\mp} \right|^2 M_P^2 (M_{H_2}^2 - M_P^2) \end{aligned}$$

Se observa una no dependencia en las variables angulares, de manera que la integración anterior resulta ser

$$\Gamma_{H_2^- \rightarrow P^- \nu_l} = \frac{M_P^2}{64\pi^2 M_{H_2}^3} \left| C_{H_2^\mp P^\mp} \right|^2 \left[M_{H_2}^2 - M_P^2 \right]^2 \int_{\Omega} d\Omega$$

Integrando sobre el ángulo sólido da como resultado 4π , por ende la anchura de decaimiento del bosón de Higgs para el decaimiento $H_2^- \rightarrow P^- \nu_l$ ($H_2^+ \rightarrow P^+ \bar{\nu}_l$) es igual a:

$$\Gamma_{H_2^- \rightarrow P^- \nu_l} = \Gamma_{H_2^+ \rightarrow P^+ \bar{\nu}_l} = \frac{M_P^2}{16\pi M_{H_2}^3} \left| C_{H_2^\mp P^\mp} \right|^2 \left[M_{H_2}^2 - M_P^2 \right]^2 \quad (4.18)$$

(a). Decaimiento $H_2^- \rightarrow E^- \nu_e$

$$\Gamma_{H_2^- \rightarrow E^- \nu_e} = \frac{M_E^2}{16\pi M_{H_2}^3} \left(\frac{v_\rho^2}{v_w^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)} \right) \left[M_{H_2}^2 - M_E^2 \right]^2 \quad (4.19)$$

(b). Decaimiento $H_2^- \rightarrow M^- \nu_\mu$

$$\Gamma_{H_2^- \rightarrow M^- \nu_\mu} = \frac{M_M^2}{16\pi M_{H_2}^3} \left(\frac{v_\rho^2}{v_\chi^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)} \right) \left[M_{H_2}^2 - M_M^2 \right]^2 \quad (4.20)$$

(c). Decaimiento $H_2^- \rightarrow T^- \nu_\tau$

$$\Gamma_{H_2^- \rightarrow T^- \nu_\tau} = \frac{M_T^2}{16\pi M_{H_2}^3} \left(\frac{v_\rho^2}{v_\chi^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)} \right) \left[M_{H_2}^2 - M_T^2 \right]^2 \quad (4.21)$$

4.2. Decaimiento del Higgs H_2^\pm en Bosones

4.2.1. Decaimiento en Bosones de Calibre

Decaimiento de H_2^\mp en Z y V^\mp

■ Diagrama de Feynman:

El diagrama de Feynman para este decaimiento se muestra en la Fig.4.3, donde p , p_1 y p_2 son los 4-momentos de H_2^\mp , Z y V^\mp , respectivamente.

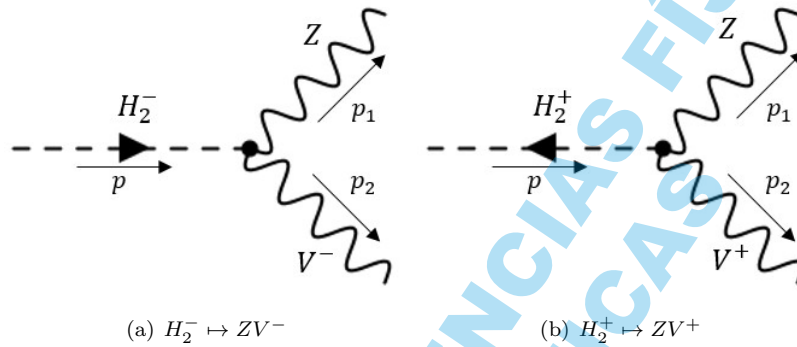


Figura 4.3: Diagrama de Feynman para el decaimiento $H_2^\mp \mapsto ZV^\mp$

■ Amplitud:

Aplicando las reglas de Feynman encontramos que la amplitud invariante y su adjunta para este modo de decaimiento viene dadas por

$$\mathcal{M} = \epsilon^{\beta*}(p_2, \lambda) \left[ie^2 C_{H_2^\mp ZV^\mp} \eta_{\alpha\beta} \right] \epsilon^{\alpha*}(p_1, \lambda')$$

$$\mathcal{M}^\dagger = \epsilon^\mu(p_1, \lambda') \left[-ie^2 C_{H_2^\mp ZV^\mp}^\dagger \eta_{\mu\nu} \right] \epsilon^\nu(p_2, \lambda)$$

siendo λ y λ' las polarizaciones de los bosones Z y V^\mp , respectivamente, y la constante $C_{H_2^\mp ZV^\mp}$ viene definida mediante:

$$C_{H_2^\mp ZV^\mp} = \frac{1 + s_w^2}{s_w^2 c_w} \frac{v_\rho v_\chi}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}}$$

■ Amplitud Promedio:

Con \mathcal{M} y \mathcal{M}^\dagger conocidas, la amplitud promedio para este proceso de decaimiento vienen dada por

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{\sum s_f}{2s_i + 1} \sum_{\lambda, \lambda'} |\mathcal{M}|^2$$

donde s_i denota el espín de la partícula que decae y $\sum s_f$ la suma de espines de las partículas finales.

Como el bosón H_2^\pm tiene espín 0, $s_i = 0$, y los bosones Z, V^\pm tienen espín 1, $\sum s_f = 2$, entonces la amplitud promedio resulta ser

$$\begin{aligned}
 |\mathcal{M}|^2 &= \left| C_{H_2^\mp Z V^\mp} \right|^2 e^4 \epsilon^\mu(p_1, \lambda') \epsilon^\nu(p_2, \lambda) \epsilon^{\beta*}(p_2, \lambda) \epsilon^{\alpha*}(p_1, \lambda') \eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} \\
 \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \left| C_{H_2^\mp Z V^\mp} \right|^2 e^4 \left(\sum_\lambda \epsilon^\nu(p_2, \lambda) \epsilon^{\beta*}(p_2, \lambda) \right) \times \\
 &\quad \left(\sum_{\lambda'} \epsilon^\mu(p_1, \lambda') \epsilon^{\alpha*}(p_1, \lambda') \right) \eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} \\
 &= \left| C_{H_2^\mp Z V^\mp} \right|^2 e^4 \left(-\eta^{\nu\beta} + \frac{p_2^\nu p_2^\beta}{M_V^2} \right) \left(-\eta^{\mu\alpha} + \frac{p_1^\mu p_1^\alpha}{M_Z^2} \right) \eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} \\
 &= \left| C_{H_2^\mp Z V^\mp} \right|^2 e^4 \mathfrak{M}_{H_2 Z V} \tag{4.22}
 \end{aligned}$$

donde M_V es la masa del bosón V^\mp y M_Z es la masa del bosón Z y con el término de masas definido mediante:

$$\mathfrak{M}_{H_2 Z V} = \left(-\eta^{\nu\beta} + \frac{p_2^\nu p_2^\beta}{M_V^2} \right) \left(-\eta^{\mu\alpha} + \frac{p_1^\mu p_1^\alpha}{M_Z^2} \right) \eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta}$$

Cálculo de $\mathfrak{M}_{H_2 Z V}$:

De la definición:

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{M}_{H_2 Z V} &= \eta^{\nu\beta} \eta^{\mu\alpha} \eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} - \frac{p_1^\mu p_1^\alpha \eta^{\nu\beta}}{M_Z^2} \eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} - \frac{p_2^\nu p_2^\beta \eta^{\mu\alpha}}{M_V^2} \eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} \\
 &\quad + \frac{p_2^\nu p_2^\beta p_1^\mu}{M_V^2 M_Z^2} p_1^\alpha \eta_{\mu\nu} \eta_{\alpha\beta} \\
 &= \delta_\mu^\beta \delta_\beta^\mu - \frac{p_1^\mu p_1^\alpha}{M_Z^2} \eta_{\alpha\mu} - \frac{p_2^\nu p_2^\beta \eta_{\nu\beta}}{M_V^2} + \frac{(p_2 \cdot p_1)(p_2 \cdot p_1)}{M_V^2 M_Z^2} \\
 &= 2 + \frac{p^4 - 2(p_1^2 + p_2^2)p^2}{4M_V^2 M_Z^2} + \frac{p_1^4 + p_2^4 + 2p_1^2 p_2^2}{4M_V^2 M_Z^2} \\
 &= \frac{5}{2} + \frac{1}{4} \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2 M_Z^2} - \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2}{M_V^2} - \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2}{M_Z^2} + \frac{1}{4} \frac{M_Z^2}{M_V^2} + \frac{1}{4} \frac{M_V^2}{M_Z^2} \tag{4.23}
 \end{aligned}$$

Aquí se tuvo en cuenta las relaciones²:

Relativista: $p^2 = M_{H_2}^2$, $p_1^2 = M_Z^2$, $p_2^2 = M_V^2$ y

²Revisar Apéndice B.3

$$2p_1 \cdot p_2 = p^2 - p_1^2 - p_2^2$$

Se sustituye el valor de la constante $C_{H_2^\mp ZV^\mp}$ y por lo tanto, la amplitud invariante promedio para el decaimiento del bosón cargado H_2^\mp en el bosón neutro Z y el bosón cargado V^\mp viene dada por:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^\mp ZV^\mp} = \frac{(1 + s_w^2)^2}{s_w^4 c_w^2} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} e^4 \mathfrak{M}_{H_2 ZV} \quad (4.24)$$

■ Anchura de Decaimiento:

De acuerdo con (4.2), la anchura parcial de decaimiento para este proceso tiene la forma siguiente:

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow ZV^\mp} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 E_{H_2}^2} |\vec{p}_1| \overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^\mp ZV^\mp} \quad (4.25)$$

donde:

$$\begin{aligned} E_{H_2}^2 &= M_{H_2}^2 \\ d\Omega &= \sin\theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

y por (4.3),

$$|\vec{p}_1| = \frac{M_{H_2}}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_Z + M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_Z - M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \quad (4.26)$$

Aquí, M_{H_2} es la masa del bosón de Higgs cargado H_2^\mp , M_Z la masa del bosón neutro Z y M_V la masa del bosón cargado V^\mp .

Sustituyendo el resultado de la amplitud promedio dada en (4.24), con $\mathfrak{M}_{H_2 ZV}$ definido en (4.23), y el momento (4.26) en la ecuación (4.25) se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \Gamma_{H_2^\mp \rightarrow ZV^\mp} &= \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_{H_2}^2} \left(\frac{(1 + s_w^2)^2}{s_w^4 c_w^2} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} e^4 \mathfrak{M}_{H_2 ZV} \right) \frac{M_{H_2}}{2} \times \\ &\quad \left[\left(1 - \frac{(M_Z + M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_Z - M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned}$$

Y como es usual, el integrando no depende de las variables angulares, de manera que:

$$\begin{aligned} \Gamma_{H_2^\mp \rightarrow ZV^\mp} &= \frac{e^4}{64\pi^2 M_{H_2}} \left(\frac{(1 + s_w^2)^2}{s_w^4 c_w^2} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \mathfrak{M}_{H_2 ZV} \right) \times \\ &\quad \left[\left(1 - \frac{(M_Z + M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_Z - M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \int_{\Omega} d\Omega \end{aligned}$$

La integración sobre $d\Omega$ es igual a 4π . Si reemplazamos el término de masas $\mathfrak{M}_{H_2 Z V}$, entonces en el decaimiento del bosón de Higgs cargado H_2^\mp a los bosones Z y V^\mp , la anchura de decaimiento $\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow Z V^\mp}$ es igual a:

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow Z V^\mp} = \frac{e^4}{16\pi M_{H_2}} \frac{(1 + s_w^2)^2}{s_w^4 c_w^2} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \times \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{4} \frac{M_Z^2}{M_V^2} + \frac{1}{4} \frac{M_V^2}{M_Z^2} - \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2}{M_V^2} - \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2}{M_Z^2} + \frac{1}{4} \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2 M_Z^2} \right) \times \left[\left(1 - \frac{(M_Z + M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_Z - M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \quad (4.27)$$

Decaimiento de H_2^\mp en Z' y V^\mp

■ Diagrama de Feynman:

Estudiamos el decaimiento del bosón de Higgs cargado H_2^\mp en el bosón neutro Z' de momento p_1 y en el bosón cargado V^\mp de 4-momento p_2 . El diagrama de Feynman para este proceso de decaimiento se muestra en la Fig.4.4

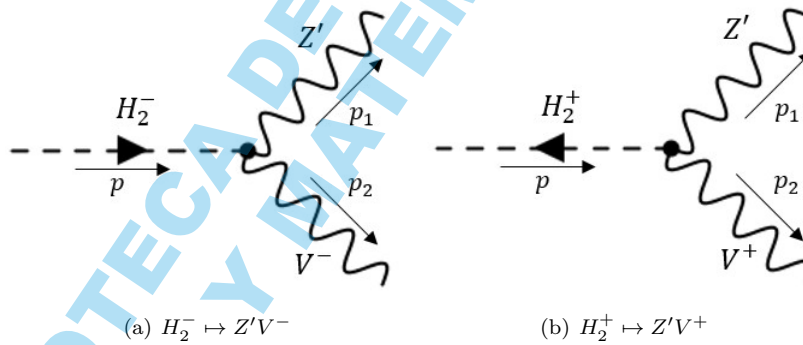


Figura 4.4: Diagrama de Feynman para el decaimiento $H_2^\mp \rightarrow Z' V^\mp$

■ Amplitud:

Por las reglas de Feynman, se muestra que la amplitud invariante y su adjunta son expresadas por

$$\mathcal{M} = \epsilon_\beta^*(p_2, \lambda) \left[\frac{e^2}{\sqrt{6}} C_{H_2^\mp Z' V^\mp} \eta^{\alpha\beta} \right] \epsilon_\alpha^*(p_1, \lambda')$$

$$\mathcal{M}^\dagger = \epsilon_\mu(p_1, \lambda') \left[\frac{e^2}{\sqrt{6}} C_{H_2^\mp Z' V^\mp}^\dagger \eta^{\mu\nu} \right] \epsilon_\nu(p_2, \lambda)$$

Donde se ha denotado la polarización del bosón neutro Z' por λ y la polarización del bosón cargado V^\mp por λ' . La constante $C_{H_2^\mp Z' V^\mp}$ viene definida mediante:

$$C_{H_2^\mp Z' V^\mp} = \frac{1}{s_w^2 c_w} \frac{(7s_w^2 - 1)v_\rho v_\chi}{\sqrt{(4s_w^2 - 1)(v_\rho^2 + v_\chi^2)}}$$

■ Amplitud Promedio:

La amplitud viene dada por

$$|\mathcal{M}|^2 = \left| C_{H_2^\mp Z' V^\mp} \right|^2 \frac{e^4}{6} \epsilon_\mu(p_1, \lambda') \epsilon_\nu(p_2, \lambda) \epsilon_\beta^*(p_2, \lambda) \epsilon_\alpha^*(p_1, \lambda') \eta^{\mu\nu} \eta^{\alpha\beta}$$

Y la amplitud promedio

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{2} \frac{\sum s_f}{2s_i + 1} \sum_{\lambda, \lambda'} |\mathcal{M}|^2$$

con $s_i = 0$ y $\sum s_f = 2$, resulta ser

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \left| C_{H_2^\mp Z' V^\mp} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(\sum_\lambda \epsilon_\nu(p_2, \lambda) \epsilon_\beta^*(p_2, \lambda) \right) \times \\ &\quad \left(\sum_{\lambda'} \epsilon_\mu(p_1, \lambda') \epsilon_\alpha^*(p_1, \lambda') \right) \eta^{\mu\nu} \eta^{\alpha\beta} \\ &= \left| C_{H_2^\mp Z' V^\mp} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(-\eta_{\nu\beta} + \frac{p_{2\nu} p_{2\beta}}{M_V^2} \right) \left(-\eta_{\mu\alpha} + \frac{p_{1\mu} p_{1\alpha}}{M_{Z'}^2} \right) \eta^{\mu\nu} \eta^{\alpha\beta} \end{aligned}$$

donde M_V es la masa del bosón V^\mp y $M_{Z'}$ la masa de Z' .

Se observa que el resultado obtenido para $\overline{|\mathcal{M}|^2}$ en este decaimiento es similar al resultado que se obtuvo en el decaimiento $H_2^\mp \mapsto ZV^\mp$. En efecto, la amplitud invariante promedio del decaimiento del bosón de Higgs cargado H_2^\mp en las partículas finales Z' y V^\mp viene dada por:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^\mp Z' V^\mp} = \left| C_{H_2^\mp Z' V^\mp} \right|^2 \frac{e^4}{6} \mathfrak{M}_{H_2 Z' V}$$

donde:

$$\mathfrak{M}_{H_2 Z' V} = \frac{5}{2} + \frac{1}{4} \frac{M_{Z'}^2}{M_V^2} + \frac{1}{4} \frac{M_V^2}{M_{Z'}^2} - \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2}{M_V^2} - \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2}{M_{Z'}^2} + \frac{1}{4} \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2 M_{Z'}^2} \quad (4.28)$$

De la definición de $C_{H_2^\mp Z' V^\mp}$,

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^\mp Z' V^\mp} = \frac{1}{s_w^4 c_w^2} \frac{(7s_w^2 - 1)^2 v_\rho^2 v_\chi^2}{(4s_w^2 - 1)(v_\rho^2 + v_\chi^2)} \frac{e^4}{6} \mathfrak{M}_{H_2 Z' V} \quad (4.29)$$

■ Anchura de Decaimiento:

A partir de (4.2) se deriva que la anchura de decaimiento $\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow Z' V^\mp}$ viene dada por

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow Z' V^\mp} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 E_{H_2}^2} |\vec{p}_1| \overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^\mp Z' V^\mp} \quad (4.30)$$

donde:

$$\begin{aligned} E_{H_2}^2 &= M_{H_2}^2 \\ d\Omega &= \text{sen}\theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

y por (4.3)

$$|\vec{p}_1| = \frac{M_{H_2}}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_{Z'} + M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_{Z'} - M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \quad (4.31)$$

Siendo $d\Omega$ el diferencial de ángulo sólido, M_{H_2} , $M_{Z'}$ y M_{V^\mp} las masas de los bosones H_2^\mp , Z' y V^\mp , respectivamente.

Sustituyendo la amplitud (4.29), el momento (4.31) en la ecuación de anchura (4.30) obtuvimos

$$\begin{aligned} \Gamma_{H_2^\mp \rightarrow Z' V^\mp} &= \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_{H_2}^2} \left(\frac{1}{s_w^4 c_w^2} \frac{(7s_w^2 - 1)^2 v_\rho^2 v_\chi^2}{(4s_w^2 - 1)(v_\rho^2 + v_\chi^2)} \frac{e^4}{6} \mathfrak{M}_{H_2 Z' V} \right) \times \\ &\quad \frac{M_{H_2}}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_{Z'} + M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_{Z'} - M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned}$$

con $\mathfrak{M}_{H_2 Z' V}$ definido en la ecuación (4.28). Como el integrando no depende de las variables angulares θ y φ ,

$$\begin{aligned} \Gamma_{H_2^\mp \rightarrow Z' V^\mp} &= \frac{4\pi e^4}{32 \times 12\pi^2 M_{H_2}} \left(\frac{1}{s_w^4 c_w^2} \frac{(7s_w^2 - 1)^2 v_\rho^2 v_\chi^2}{(4s_w^2 - 1)(v_\rho^2 + v_\chi^2)} \mathfrak{M}_{H_2 Z' V} \right) \\ &\quad \times \left[\left(1 - \frac{(M_{Z'} + M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_{Z'} - M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned}$$

Finalmente, de la definición de $\mathfrak{M}_{H_2 Z' V}$, la anchura de decaimiento del bosón de Higgs cargado H_2^\mp por el canal de Z' y V^\mp es:

$$\begin{aligned} \Gamma_{H_2^\mp \rightarrow Z' V^\mp} &= \frac{e^4}{96\pi M_{H_2}} \frac{1}{s_w^4 c_w^2} \frac{(7s_w^2 - 1)^2 v_\rho^2 v_\chi^2}{(4s_w^2 - 1)(v_\rho^2 + v_\chi^2)} \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{4} \frac{M_{Z'}^2}{M_V^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \frac{M_V^2}{M_{Z'}^2} - \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2}{M_V^2} - \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2}{M_{Z'}^2} + \frac{1}{4} \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2 M_{Z'}^2} \right) \times \\ &\quad \left[\left(1 - \frac{(M_{Z'} + M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_{Z'} - M_V)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \quad (4.32) \end{aligned}$$

Decaimiento de H_2^\mp en V^\mp y γ

■ Diagrama de Feynman:

El diagrama de Feynman que representa el decaimiento del bosón de Higgs cargado H_2^\mp en el bosón de calibre V^\mp , de 4-momento p_1 , y el fotón γ , con 4-momento p_2 , es el que se muestra en la Figura 4.5.

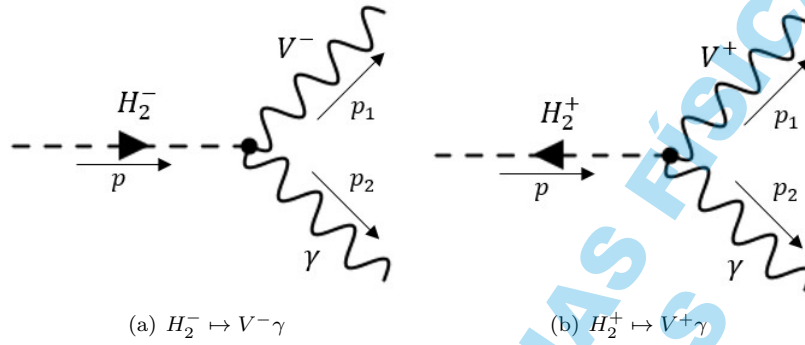


Figura 4.5: Diagrama de Feynman para el decaimiento $H_2^\mp \mapsto V^\mp \gamma$

■ Amplitud:

Sean $\sigma, \lambda, \lambda'$ las polarizaciones de H_2^\mp, V^\mp y γ , respectivamente. Luego, de las reglas de Feynman se sigue que la amplitud invariante \mathcal{M} y su adjunta \mathcal{M}^\dagger de este proceso de decaimiento son expresadas por:

$$\mathcal{M} = \epsilon_\nu^*(p_2, \lambda') \left[\frac{ie^2}{\sqrt{2}} C_{H_2^\mp V^\mp \gamma} \eta^{\mu\nu} \right] \epsilon_\mu^*(p_1, \lambda)$$

$$\mathcal{M}^\dagger = \epsilon_\alpha(p_1, \lambda) \left[-\frac{ie^2}{\sqrt{2}} C_{H_2^\mp V^\mp \gamma}^\dagger \eta^{\alpha\beta} \right] \epsilon_\beta(p_2, \lambda')$$

donde, la constante $C_{H_2^\mp V^\mp \gamma}$ forma parte del acoplamiento entre el bosón de Higgs cargado, el bosón de gauge y el fotón, y es definida por

$$C_{H_2^\mp V^\mp \gamma} = \frac{v_\rho v_\chi}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}}$$

■ Amplitud Promedio:

El cuadrado de la amplitud invariante,

$$|\mathcal{M}|^2 = \mathcal{M}^\dagger \mathcal{M}$$

resulta

$$|\mathcal{M}|^2 = \left| C_{H_2^\mp V^\mp \gamma} \right|^2 \frac{e^4}{2} \epsilon_\alpha(p_1, \lambda) \epsilon_\beta(p_2, \lambda') \epsilon_\nu^*(p_2, \lambda') \epsilon_\mu^*(p_1, \lambda) \eta^{\alpha\beta} \eta^{\mu\nu}$$

Y la amplitud promedio

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{2} \frac{\sum s_f}{2s_i + 1} \sum_{\lambda, \lambda'} |\mathcal{M}|^2$$

con $s_i = 0$ y $\sum s_f = 2$

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \left| C_{H_2^\mp V^\mp \gamma} \right|^2 \frac{e^4}{2} \left(\sum_{\lambda'} \epsilon_\beta(p_2, \lambda') \epsilon_\nu^*(p_2, \lambda') \right) \\ &\quad \times \left(\sum_{\lambda} \epsilon_\alpha(p_1, \lambda) \epsilon_\mu^*(p_1, \lambda) \right) \eta^{\alpha\beta} \eta^{\mu\nu} \end{aligned}$$

De las relaciones de completitud (3.13a) y (3.13b)

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda'} \epsilon_\beta(p_2, \lambda') \epsilon_\nu^*(p_2, \lambda') &= -\eta_{\beta\nu} \\ \sum_{\lambda} \epsilon_\alpha(p_1, \lambda) \epsilon_\mu^*(p_1, \lambda) &= -\eta_{\alpha\mu} + \frac{p_{1\alpha} p_{1\mu}}{M_V^2} \end{aligned}$$

donde M_V es la masa del bosón V^\pm .

En efecto

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \left| C_{H_2^\mp V^\mp \gamma} \right|^2 \frac{e^4}{2} (-\eta_{\beta\nu}) \left(-\eta_{\alpha\mu} + \frac{p_{1\alpha} p_{1\mu}}{M_V^2} \right) \eta^{\alpha\beta} \eta^{\mu\nu} \\ &= \left| C_{H_2^\mp V^\mp \gamma} \right|^2 \frac{e^4}{2} \left(\eta_{\beta\nu} \eta_{\alpha\mu} \eta^{\alpha\beta} \eta^{\mu\nu} - \frac{p_{1\alpha} p_{1\mu}}{M_V^2} \eta_{\beta\nu} \eta^{\alpha\beta} \eta^{\mu\nu} \right) \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que el producto de las componentes covariantes $\eta_{\beta\mu}$ con las contravariantes $\eta^{\alpha\beta}$ del tensor métrico es el tensor mixto δ_ν^α , esto es: $\eta_{\beta\mu} \eta^{\alpha\beta} = \delta_\nu^\alpha$. Entonces

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{H_2^\mp V^\mp \gamma} \right|^2 \frac{e^4}{2} \left(\delta_\nu^\alpha \delta_\alpha^\nu - \frac{p_{1\alpha} p_{1\mu} \delta_\nu^\alpha \eta^{\mu\nu}}{M_V^2} \right)$$

Debido a que el tensor métrico (Minkowski) solo tiene componentes diagonales diferentes de cero, entonces el producto $\delta_\nu^\alpha \delta_\alpha^\nu$ se desarrolla como sigue:

$$\begin{aligned} \delta_\nu^\alpha \delta_\alpha^\nu &= \delta_0^0 \delta_0^0 + \delta_1^1 \delta_1^1 + \delta_2^2 \delta_2^2 + \delta_3^3 \delta_3^3 \\ &= 1 + 1 + 1 + 1 \\ &= 4 \end{aligned}$$

Sustituyendo,

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{H_2^\mp V^\mp \gamma} \right|^2 \frac{e^4}{2} \left(4 - \frac{p_{1\alpha} p_{1\mu} \eta^{\mu\alpha}}{M_V^2} \right)$$

Por la propiedad de subida y bajada de índices del tensor métrico

$$p_1^\alpha = p_{1\mu} \eta^{\mu\alpha}.$$

Resultando

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{H_2^\mp V^\mp \gamma} \right|^2 \frac{e^4}{2} \left(4 - \frac{p_{1\alpha} p_1^\alpha}{M_V^2} \right)$$

Por la ecuación relativista de energía-momento $p_1^2 = M_V^2$, dando como resultado

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{3}{2} \left| C_{H_2^\mp V^\mp \gamma} \right|^2 e^4 \quad (4.33)$$

Finalmente, de la definición de la constante $C_{H_2^\mp V^\mp \gamma}$, se encuentra que la amplitud invariante promedio del decaimiento del bosón cargado H_2^\mp en los bosones V^\mp y γ viene dada por

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^\mp V^\mp \gamma} = \frac{3e^4}{2} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \quad (4.34)$$

■ Anchura de Decaimiento:

De la ecuación (4.2), la anchura parcial de H_2^\mp por este canal, $\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow V^\mp \gamma}$, viene expresada mediante

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow V^\mp \gamma} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 E_{H_2}^2} |\vec{p}_1| \overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^\mp V^\mp \gamma} \quad (4.35)$$

donde:

$$\begin{aligned} E_{H_2}^2 &= M_{H_2}^2 \\ d\Omega &= \sin\theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

y de (4.3)

$$|\vec{p}_1| = \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2 - M_V^2}{M_{H_2}} \quad (4.36)$$

donde M_{H_2} es la masa de H_2^\mp y M_V la masa de V^\mp .

Sustituyendo la amplitud promedio (4.34) y el momento (4.36) en (4.35)

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow V^\mp \gamma} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_{H_2}^2} \left(\frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2 - M_V^2}{M_{H_2}} \right) \left(\frac{3e^4}{2} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \right)$$

Debido a que el integrando no depende de las variables angulares, entonces

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow V^\mp \gamma} = \frac{M_{H_2}^2 - M_V^2}{32\pi^2 M_{H_2}^3} \left(\frac{3e^4}{4} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \right) \int_{\Omega} d\Omega$$

La integración sobre el ángulo sólido es igual a 4π , por ende la anchura de decaimiento del bosón de Higgs para este proceso de decaimiento, $H_2^\mp \mapsto V^\mp \gamma$, resultó

$$\Gamma_{H_2^\mp \mapsto V^\mp \gamma} = \frac{3e^4}{32\pi} \left(\frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \right) \left[\frac{M_{H_2}^2 - M_V^2}{M_{H_2}^3} \right] \quad (4.37)$$

4.2.2. Decaimiento en Bosones de Calibre y de Higgs

Decaimiento de H_2^\mp en W^\pm y $H^{\mp\mp}$

- Diagrama de Feynman:

En la Fig.4.6 se muestra el diagrama de Feynman para el decaimiento del bosón de Higgs cargado H_2^\mp en los bosones vectorial W^\pm y doblemente cargado $H^{\mp\mp}$ con 4-momentos p_1 y p_2 , respectivamente.

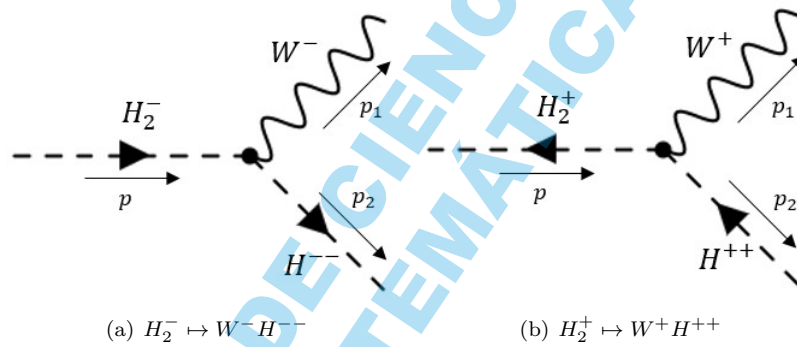


Figura 4.6: Diagrama de Feynman para el decaimiento $H_2^- (H_2^+) \mapsto W^- H^{--} (W^+ H^{++})$

- Amplitud:

Si la polarización del bosón vectorial W^\pm es denotada por λ y sabiendo que los bosones H_2^\mp y $H^{\mp\mp}$ son escalares, entonces la amplitud invariante (y su adjunta) que se obtiene a partir de las reglas de Feynman, tiene la forma siguiente:

$$\mathcal{M} = \left[-\frac{e}{2\sqrt{2}} C_{H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}} (p_1 + p_2)_\nu \right] \epsilon^{\nu*}(p_1, \lambda)$$

$$\mathcal{M}^\dagger = \epsilon^\mu(p_1, \lambda) \left[-\frac{e}{2\sqrt{2}} C_{H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}}^\dagger (p_1 + p_2)_\mu \right]$$

con la constante $C_{H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}}$ definida por

$$C_{H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}} = \frac{v_\rho v_\eta}{s_w \sqrt{(v_\rho^2 + v_\chi^2)(v_\eta^2 + v_\chi^2)}}$$

■ Amplitud Promedio:

A partir de la amplitud invariante y su adjunta, se obtiene de una manera sencilla la amplitud cuadrática y promedio

$$\begin{aligned}
 |\mathcal{M}|^2 &= \left| C_{H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}} \right|^2 \frac{e^2}{8} \epsilon^\mu(p_1, \lambda) (p_1 + p_2)_\mu (p_1 + p_2)_\nu \epsilon^{\nu*}(p_1, \lambda) \\
 \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \left| C_{H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}} \right|^2 \frac{e^2}{8} (p_1 + p_2)_\mu (p_1 + p_2)_\nu \sum_\lambda \epsilon^\mu(p_1, \lambda) \epsilon^{\nu*}(p_1, \lambda) \\
 &= \left| C_{H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}} \right|^2 \frac{e^2}{8} (p_1 + p_2)_\mu (p_1 + p_2)_\nu \left(-\eta^{\mu\nu} + \frac{p_1^\mu p_1^\nu}{M_W^2} \right) \\
 &= \left| C_{H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}} \right|^2 \frac{e^2}{8} \left(-p^2 + \frac{p_1^\mu p_1^\nu p_\mu p_\nu}{M_W^2} \right) \\
 &= \left| C_{H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}} \right|^2 \frac{e^2}{8} \left(-p^2 + \frac{(p_1 \cdot p)^2}{M_W^2} \right) \tag{4.38}
 \end{aligned}$$

Para llegar a la igualdad anterior se usó la propiedad de subida y bajada de índices ($p \cdot p_1 = p_{1\mu} p_2^\nu \eta^{\mu\nu}$) y la ecuación de conservación de la energía-momento ($p = p_1 + p_2$). El producto ($p \cdot p_1$), a partir de la conservación de energía-momento, resultó ser:

$$2p \cdot p_1 = p^2 + p_1^2 - p_2^2$$

Al sustituir en (4.38),

$$\begin{aligned}
 \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \left| C_{H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}} \right|^2 \frac{e^2}{8} \left(-p^2 + \frac{(p^2 + p_1^2 - p_2^2)^2}{4M_W^2} \right) \\
 &= \left| C_{H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}} \right|^2 \frac{e^2}{8} \times \\
 &\quad \left(-\frac{p^2}{2} + \frac{p^4}{4M_W^2} + \frac{p_1^2}{4} - \frac{p_2^2}{2} + \frac{p_2^4}{4M_W^2} - \frac{p_2^2 p^2}{2M_W^2} \right)
 \end{aligned}$$

Por la ecuación relativista de energía-momento:

$$p_2^2 = M_H^2, \quad p^2 = M_{H_2}^2$$

donde: M_H es la masa del bosón cargado $H^{\mp\mp}$ y M_{H_2} es la masa del bosón cargado H_2^\mp .

$$\begin{aligned}
 \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \left| C_{H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}} \right|^2 \frac{e^2}{8} \left(-\frac{1}{2} M_{H_2}^2 - \frac{1}{2} M_H^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{4} M_W^2 + \frac{1}{4} \frac{M_{H_2}^4}{M_W^2} - \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2 M_H^2}{M_W^2} + \frac{1}{4} \frac{M_H^4}{M_W^2} \right)
 \end{aligned}$$

De la definición de $C_{H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}}$ y definiendo el término de masas \mathfrak{M}_{H_2WH} , la amplitud invariante promedio del decaimiento del bosón H_2^\mp en los bosones W^\pm y $H^{\mp\mp}$ viene dada por:

$$|\overline{\mathcal{M}}|_{H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}}^2 = \frac{v_\rho^2 v_\eta^2}{s_w^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)(v_\eta^2 + v_\chi^2)} \frac{e^2}{8} \mathfrak{M}_{H_2WH} \quad (4.39)$$

donde:

$$\mathfrak{M}_{H_2WH} = \frac{1}{4} M_W^2 - \frac{1}{2} M_H^2 - \frac{1}{2} M_{H_2}^2 + \frac{1}{4} \frac{M_{H_2}^4}{M_W^2} - \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2 M_H^2}{M_W^2} + \frac{1}{4} \frac{M_H^4}{M_W^2} \quad (4.40)$$

■ Anchura de Decaimiento:

De la ecuación (4.2)

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow W^\pm H^{\mp\mp}} = \int_\Omega \frac{d\Omega}{32\pi^2 E_{H_2}^2} |\vec{p}_1| |\overline{\mathcal{M}}|_{H_2^\mp W^\pm H^{\mp\mp}}^2 \quad (4.41)$$

donde:

$$\begin{aligned} E_{H_2}^2 &= M_{H_2}^2 \\ d\Omega &= \sin\theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

y de (4.3)

$$|\vec{p}_1| = \frac{M_{H_2}}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_W + M_H)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_W - M_H)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \quad (4.42)$$

Siendo M_{H_2} la masa de H_2^\mp , M_H la masa del bosón $H^{\mp\mp}$ y M_W la masa del bosón W^\pm .

Al sustituir (4.39) y (4.42) en la ecuación (4.41) se obtuvo

$$\begin{aligned} \Gamma_{H_2^\mp \rightarrow W^\pm H^{\mp\mp}} &= \int_\Omega \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_{H_2}^2} \left(\frac{v_\rho^2 v_\eta^2}{s_w^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)(v_\eta^2 + v_\chi^2)} \frac{e^2}{8} \mathfrak{M}_{H_2WH} \right) \times \\ &\quad \frac{M_{H_2}}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_W + M_H)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_W - M_H)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned}$$

como el integrando de la ecuación anterior no depende de las variables angulares θ y φ ,

$$\begin{aligned} \Gamma_{H_2^\mp \rightarrow W^\pm H^{\mp\mp}} &= \frac{4\pi e^2}{32 \times 16\pi^2 M_{H_2}} \left(\frac{v_\rho^2 v_\eta^2}{s_w^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)(v_\eta^2 + v_\chi^2)} \right) \mathfrak{M}_{H_2WH} \times \\ &\quad \left[\left(1 - \frac{(M_W + M_H)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_W - M_H)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned}$$

Finalmente, sustituyendo el valor de \mathfrak{M}_{H_2WH} encontramos que la anchura de decaimiento del bosón de Higgs cargado H_2^\mp en los bosones W^\pm y $H^{\mp\mp}$ se expresa mediante:

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow W^\pm H^{\mp\mp}} = \frac{e^2}{128\pi M_{H_2}} \frac{v_\rho^2 v_\eta^2}{s_w^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)(v_\eta^2 + v_\chi^2)} \left(\frac{1}{4} M_W^2 - \frac{1}{2} M_H^2 - \frac{1}{2} M_{H_2}^2 + \frac{1}{4} \frac{M_{H_2}^4}{M_W^2} - \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2 M_H^2}{M_W^2} + \frac{1}{4} \frac{M_H^4}{M_W^2} \right) \times \left[\left(1 - \frac{(M_W + M_H)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_W - M_H)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \quad (4.43)$$

Decaimiento de H_2^\mp en V^\mp y H_k^0

- Diagrama de Feynman:

A continuación se estudia el decaimiento del bosón de Higgs cargado H_2^\mp en el bosón vectorial y cargado V^\mp y el bosón escalar H_k^0 . Entiendase por $H_k^0 = H_1^0, H_2^0, H_3^0$. Si denotamos por p, p_1 y p_2 a los 4-momentos de las partículas H_2^\mp, V^\mp y H_k^0 , respectivamente, entonces el diagrama de Feynman para este proceso de decaimiento es el que se muestra en la Fig. 4.7

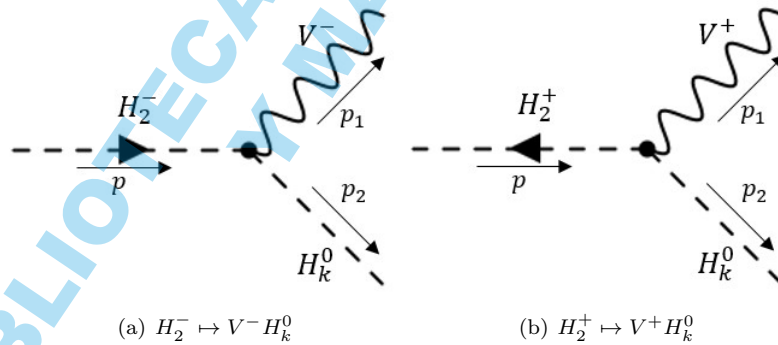


Figura 4.7: Diagrama de Feynman para el decaimiento $H_2^\mp \rightarrow V^\mp H_k^0$

- Amplitud:

Sea λ la polarización del bosón V^\mp . Sabiendo H_2^\mp y H_k^0 son bosones escalares, entonces por las reglas de Feynman se logra determinar que la amplitud invariante (y su adjunta) para este proceso de de-

caimiento es:

$$\mathcal{M} = \left[-\frac{e}{2\sqrt{2}} C_{H_2^\mp V^\mp H_k^0} (p_1 + p_2)_\nu \right] \epsilon^{\nu*}(p_1, \lambda)$$

$$\mathcal{M}^\dagger = \epsilon^\mu(p_1, \lambda) \left[-\frac{e}{2\sqrt{2}} C_{H_2^\mp V^\mp H_k^0}^\dagger (p_1 + p_2)_\mu \right]$$

Donde las constantes $C_{H_2^\mp V^\mp H_k^0}$ (para $k = 1, 2, 3$) que forman parte de la interacción vienen definidas por

$$C_{H_2^\mp V^\mp H_1^0} = \frac{1}{s_w v_w} \frac{v_\rho v_\chi}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}}, \quad C_{H_2^\mp V^\mp H_2^0} = \frac{1}{s_w v_w} \frac{v_\eta v_\chi}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}},$$

$$C_{H_2^\mp V^\mp H_3^0} = \frac{1}{s_w} \frac{v_\rho}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}}$$

■ Amplitud Promedio:

Con \mathcal{M} y \mathcal{M}^\dagger , se logra obtener el valor del cuadrado de la amplitud

$$|\mathcal{M}|^2 = \left| C_{H_2^\mp V^\mp H_k^0} \right|^2 \frac{e^2}{8} \epsilon^\mu(p_1, \lambda) (p_1 + p_2)_\mu (p_1 + p_2)_\nu \epsilon^{\nu*}(p_1, \lambda)$$

y teniendo en cuenta que el spin de H_2^\mp es igual a cero, entonces la amplitud invariante promedio viene expresada por:

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \left| C_{H_2^\mp V^\mp H_k^0} \right|^2 \frac{e^2}{8} (p_1 + p_2)_\mu (p_1 + p_2)_\nu \sum_\lambda \epsilon^\mu(p_1, \lambda) \epsilon^{\nu*}(p_1, \lambda) \\ &= \left| C_{H_2^\mp V^\mp H_k^0} \right|^2 \frac{e^2}{8} (p_1 + p_2)_\mu (p_1 + p_2)_\nu \left(-\eta^{\mu\nu} + \frac{p_1^\mu p_1^\nu}{M_V^2} \right) \\ &= \left| C_{H_2^\mp V^\mp H_k^0} \right|^2 \frac{e^2}{8} \mathfrak{M}_{H_2 V H_k^0} \end{aligned}$$

donde M_V es la masa del bosón V^\mp y se ha definido:

$$\mathfrak{M}_{H_2 V H_k^0} = (p_1 + p_2)_\mu (p_1 + p_2)_\nu \left(-\eta^{\mu\nu} + \frac{p_1^\mu p_1^\nu}{M_V^2} \right) \quad (4.44)$$

Cálculo de $\mathfrak{M}_{H_2 V H_k^0}$:

De la definición

$$\begin{aligned}
\mathfrak{M}_{H_2 V H_k^0} &= -(p_1 + p_2)_\mu (p_1 + p_2)_\nu \eta^{\mu\nu} + (p_1 + p_2)_\mu (p_1 + p_2)_\nu \frac{p_1^\mu p_1^\nu}{M_V^2} \\
&= -(p_1 + p_2)^2 + \frac{(p \cdot p_1)^2}{M_V^2} \\
&= -p^2 + \frac{p^4}{4M_V^2} + \frac{p_1^2}{4} - \frac{p^2}{2} - \frac{p_2^2}{2} + \frac{p_2^2(p_2^2 - 2p^2)}{4M_V^2} \\
&= -\frac{1}{2}M_{H_k^0}^2 + \frac{1}{4}\frac{M_{H_2}^4}{M_V^2} - \frac{1}{2}M_{H_2}^2 - \frac{1}{2}\frac{M_{H_2}^2 M_{H_k^0}^2}{M_V^2} \\
&\quad + \frac{1}{4}M_V^2 + \frac{1}{4}\frac{M_{H_k^0}^4}{M_V^2} \tag{4.45}
\end{aligned}$$

Aquí hemos usado la propiedad de subida y bajada de índices del tensor métrico y además de la conservación de energía-momento.

Finalmente, por (4.44) y de las definiciones de las constantes $C_{H_2^\mp V^\mp H_k^0}$, las amplitud promedio para el decaimiento del bosón de Higgs cargado H_2^\mp en las partículas finales V^\mp y H_k^0 , vienen dadas por:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^\mp V^\mp H_1^0} = \frac{1}{s_w^2 v_w^2} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \frac{e^2}{8} \mathfrak{M}_{H_2 V H_1^0} \tag{4.46}$$

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^\mp V^\mp H_2^0} = \frac{1}{s_w^2 v_w^2} \frac{v_\eta^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \frac{e^2}{8} \mathfrak{M}_{H_2 V H_2^0} \tag{4.47}$$

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^\mp V^\mp H_3^0} = \frac{1}{s_w^2} \frac{v_\rho^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \frac{e^2}{8} \mathfrak{M}_{H_2 V H_3^0} \tag{4.48}$$

■ Anchura de Decaimiento:

La anchura de decaimiento para este proceso se obtiene a partir de la ecuación (4.2)

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow V^\mp H_k^0} = \int_\Omega \frac{d\Omega}{32\pi^2 E_{H_2}^2} |\vec{p}_1| \overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^\mp V^\mp H_k^0} \tag{4.49}$$

donde:

$$\begin{aligned}
E_{H_2}^2 &= M_{H_2}^2 \\
d\Omega &= \text{sen}\theta d\theta d\varphi
\end{aligned}$$

y de (4.3) se desprende

$$|\vec{p}_1| = \frac{M_{H_2}}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_V + M_{H_k^0})^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_V - M_{H_k^0})^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \tag{4.50}$$

donde M_{H_2} es la masa de H_2^\mp , M_V es la masa de V^\mp y M_k^0 representa la masa de H_1^0 , H_2^0 y H_3^0 para $k = 1, 2, 3$.

Al sustituir la amplitud $|\mathcal{M}|^2_{H_2^\mp V^\mp H_k^0}$ y el momento (4.50) en la ecuación (4.49) obtuvimos

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow V^\mp H_k^0} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_{H_2}^2} \left| C_{H_2^\mp V^\mp H_k^0} \right|^2 \frac{e^2}{8} \mathfrak{M}_{H_2 V H_k^0} \frac{M_{H_2}}{2} \times \left[\left(1 - \frac{(M_V + M_{H_k^0})^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_V - M_{H_k^0})^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2}$$

De donde

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow V^\mp H_k^0} = \frac{e^2}{32 \times 16\pi^2 M_{H_2}} \left| C_{H_2^\mp V^\mp H_k^0} \right|^2 \mathfrak{M}_{H_2 V H_k^0} \int_{\Omega} d\Omega \times \left[\left(1 - \frac{(M_V + M_{H_k^0})^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_V - M_{H_k^0})^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2}$$

Teniendo en cuenta que la integración sobre el ángulo sólido es igual a 4π , Concluimos en lo siguiente:

- $k = 1$

De (4.46), la anchura de decaimiento del bosón de Higgs cargado H_2^\mp mediante V^\mp y H_1^0 es:

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow V^\mp H_1^0} = \frac{e^2}{128\pi M_{H_2}} \frac{1}{s_w^2 v_w^2} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \left(\frac{1}{4} \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2} - \frac{1}{2} M_{H_1^0}^2 - \frac{1}{2} M_{H_2}^2 - \frac{M_{H_2}^2 M_{H_1^0}^2}{2M_V^2} + \frac{1}{4} M_V^2 + \frac{1}{4} \frac{M_{H_1^0}^4}{M_V^2} \right) \times \left[\left(1 - \frac{(M_V + M_{H_1^0})^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_V - M_{H_1^0})^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \quad (4.51)$$

- $k = 2$

De (4.47) se deriva que la anchura de decaimiento del bosón de

Higgs cargado H_2^\mp mediante V^\mp y H_2^0 es:

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow V^\mp H_2^0} = \frac{e^2}{128\pi M_{H_2}} \frac{1}{s_w^2 v_w^2} \frac{v_\eta^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \left(\frac{1}{4} \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2} - \frac{1}{2} M_{H_2^0}^2 - \frac{1}{2} M_{H_2}^2 - \frac{M_{H_2}^2 M_{H_2^0}^2}{2M_V^2} + \frac{1}{4} M_V^2 + \frac{1}{4} \frac{M_{H_2^0}^4}{M_V^2} \right) \times \left[\left(1 - \frac{(M_V + M_{H_2^0})^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_V - M_{H_2^0})^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \quad (4.52)$$

- $k = 3$

De (4.48), la anchura de decaimiento del bosón de Higgs cargado H_2^\mp mediante V^\mp y H_3^0 es igual a:

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow V^\mp H_3^0} = \frac{e^2}{128\pi M_{H_2}} \frac{1}{s_w^2 v_w^2} \frac{v_\rho^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \left(\frac{1}{4} \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2} - \frac{1}{2} M_{H_3^0}^2 - \frac{1}{2} M_{H_2}^2 - \frac{M_{H_2}^2 M_{H_3^0}^2}{2M_V^2} + \frac{1}{4} M_V^2 + \frac{1}{4} \frac{M_{H_3^0}^4}{M_V^2} \right) \times \left[\left(1 - \frac{(M_V + M_{H_3^0})^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_V - M_{H_3^0})^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \quad (4.53)$$

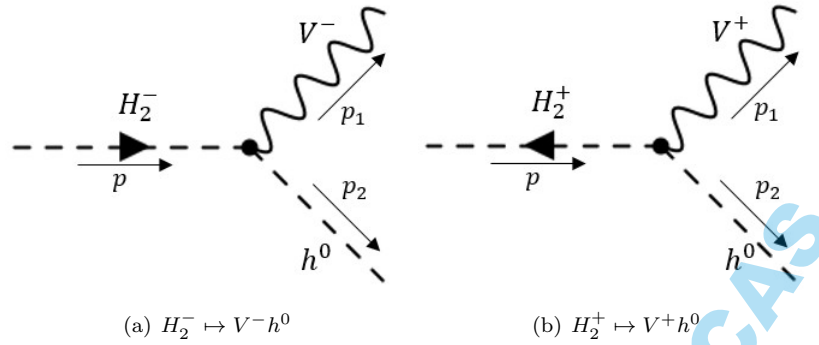
Decaimiento de H_2^\mp en V^\mp y h^0

- Diagrama de Feynman:

Se estudia el decaimiento del bosón de Higgs cargado H_2^\mp en el bosón cargado V^\mp y el bosón neutro h^0 . Denotamos por p , p_1 y p_2 al 4-momento de H_2^\mp , V^\mp y h^0 , respectivamente. El diagrama de Feynman que representa este proceso de decaimiento se muestra en la Fig.4.8 ((a)-partícula, (b)-antipartícula)

- Amplitud:

Si λ representa la polarización del bosón cargado V^\mp , entonces (por las reglas de Feynman) la amplitud invariante de decaimiento y su

Figura 4.8: Diagrama de Feynman para el decaimiento $H_2^\mp \mapsto V^\mp h^0$

adjunta toman la forma siguiente:

$$\mathcal{M} = \left[-i \frac{e}{2\sqrt{2}} C_{H_2^\mp V^\mp h^0} (p_1 + p_2)_\nu \right] \epsilon^{\nu*}(p_1, \lambda)$$

$$\mathcal{M}^\dagger = \epsilon^\mu(p_1, \lambda) \left[i \frac{e}{2\sqrt{2}} C_{H_2^\mp V^\mp h^0}^\dagger (p_1 + p_2)_\mu \right]$$

donde la constante $C_{H_2^\mp V^\mp h^0}$ viene definida por

$$C_{H_2^\mp V^\mp h^0} = \frac{1}{s_w} \frac{v_\rho}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}}$$

■ Amplitud Promedio:

Las amplitud cuadrática

$$|\mathcal{M}|^2 = \mathcal{M}^\dagger \mathcal{M}$$

$$= \left| C_{H_2^\mp V^\mp h^0} \right|^2 \frac{e^2}{8} \epsilon^\mu(p_1, \lambda) (p_1 + p_2)_\mu (p_1 + p_2)_\nu \epsilon^{\nu*}(p_1, \lambda)$$

Amplitud promedio

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{H_2^\mp V^\mp h^0} \right|^2 \frac{e^2}{8} (p_1 + p_2)_\mu (p_1 + p_2)_\nu \sum_\lambda \epsilon^\mu(p_1, \lambda) \epsilon^{\nu*}(p_1, \lambda)$$

$$= \left| C_{H_2^\mp V^\mp h^0} \right|^2 \frac{e^2}{8} (p_1 + p_2)_\mu (p_1 + p_2)_\nu \left(-\eta^{\mu\nu} + \frac{p_1^\mu p_1^\nu}{M_V^2} \right)$$

donde M_V es la masa del bosón V^\mp .

Se observa que este último resultado es similar al que se obtuvo en el decaimiento de H_2^\mp en V^\mp y H_k^0 . Por consiguiente, la amplitud promedio invariante de decaimiento del bosón de Higgs cargado H_2^\mp en los bosones V^\mp y h^0 , se expresa mediante la ecuación siguiente:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^\mp V^\mp h^0} = \left| C_{H_2^\mp V^\mp h^0} \right|^2 \frac{e^2}{8} \mathfrak{M}_{H_2 V h^0}$$

donde

$$\mathfrak{M}_{H_2 V h^0} = -\frac{1}{2} M_{h^0}^2 + \frac{1}{4} \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2} - \frac{1}{2} M_{H_2}^2 - \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2 M_{h^0}^2}{M_V^2} + \frac{1}{4} M_V^2 + \frac{1}{4} \frac{M_{h^0}^4}{M_V^2} \quad (4.54)$$

Por definición de $C_{H_2^\mp V^\mp h^0}$,

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^\mp V^\mp h^0} = \frac{1}{s_w^2} \frac{v_\rho^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \frac{e^2}{8} \mathfrak{M}_{H_2 V h^0} \quad (4.55)$$

■ Anchura de Decaimiento:

La anchura de decaimiento, para este proceso y que se deriva de la ecuación (4.2), viene a ser la que se muestra en la ecuación (4.56)

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow V^\mp h^0} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 E_{H_2}^2} |\vec{p}_1| \overline{|\mathcal{M}|^2}_{H_2^\mp V^\mp h^0} \quad (4.56)$$

donde:

$$\begin{aligned} E_{H_2}^2 &= M_{H_2}^2 \\ d\Omega &= \sin\theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

y de (4.3)

$$|\vec{p}_1| = \frac{M_{H_2}}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_V + M_h)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_V - M_h)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \quad (4.57)$$

Siendo M_{H_2} la masa del bosón H_2^\mp , M_V la masa del bosón V^\mp , M_h la masa del bosón h^0 .

Si reemplazamos la amplitud (4.55) y el momento (4.57) en la ecuación (4.56), entonces la anchura $\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow V^\mp h^0}$ resulta

$$\begin{aligned} \Gamma_{H_2^\mp \rightarrow V^\mp h^0} &= \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_{H_2}^2} \left(\frac{1}{s_w^2} \frac{v_\rho^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \frac{e^2}{8} \mathfrak{M}_{H_2 V h^0} \right) \frac{M_{H_2}}{2} \times \\ &\quad \left[\left(1 - \frac{(M_V + M_h)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_V - M_h)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned}$$

con el término de masas $\mathfrak{M}_{H_2 V h^0}$ definido en (4.54).

Debido a que el integrando anterior no depende de ninguna variable angular, entonces

$$\begin{aligned} \Gamma_{H_2^\mp \rightarrow V^\mp h^0} &= \frac{4\pi e^2}{32 \times 16\pi^2 M_{H_2}} \left(\frac{1}{s_w^2} \frac{v_\rho^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \mathfrak{M}_{H_2 V h^0} \right) \times \\ &\quad \left[\left(1 - \frac{(M_V + M_h)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_V - M_h)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned}$$

Finalmente, de la definición de $\mathfrak{M}_{H_2 V h^0}$, obtuvimos que la anchura de decaimiento del bosón de Higgs cargado H_2^\mp por el decaimiento de V^\mp y h^0 , es

$$\Gamma_{H_2^\mp \rightarrow V^\mp h^0} = \frac{e^2}{128\pi M_{H_2}} \frac{1}{s_w^2} \frac{v_\rho^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \left(-\frac{1}{2} M_h^2 + \frac{1}{4} \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2} - \right. \\ \left. -\frac{1}{2} M_{H_2}^2 - \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2 M_h^2}{M_V^2} + \frac{1}{4} M_V^2 + \frac{1}{4} \frac{M_h^4}{M_V^2} \right) \times \\ \left[\left(1 - \frac{(M_V + M_h)^2}{M_{H_2}^2} \right) \left(1 - \frac{(M_V - M_h)^2}{M_{H_2}^2} \right) \right]^{1/2} \quad (4.58)$$

BIBLIOTECA DE CIENCIAS FÍSICAS
Y MATEMÁTICAS

Anchura del Bosón de Calibre V^\pm

El bosón de Calibre V^\pm forma parte del grupo de intermediarios del Modelo 331. Es una partícula con espín 1 y por ende el campo asociado a ésta es del tipo vectorial. Al igual que el Higgs H_2^\pm , hasta la fecha, esta partícula no se ha podido observar en algun detector. A continuación se calcula las amplitudes y anchuras de decaimiento del bosón V^\pm , mediante los diagramas de Feynman, en los canales sobresalientes en el programa computacional, y por ende, que mayor contribución dan a su señal de decaimiento.

$$\begin{aligned} \Gamma_{V^\mp \mapsto \text{Todo}} = & \Gamma_{V^-(V^+) \mapsto u\bar{J}_1(\bar{u}J_1)} + \Gamma_{V^-(V^+) \mapsto P^-\nu_l(P^+\bar{\nu}_l)} \\ & + \Gamma_{V^\mp \mapsto H_2^\mp h^0} + \Gamma_{V^\mp \mapsto H_2^\mp H_0^k} + \Gamma_{V^\mp \mapsto H_2^\mp Z} \\ & + \Gamma_{V^\mp \mapsto H^{\mp\mp} H_1^\pm} + \Gamma_{V^\mp \mapsto H_2^\mp \gamma} + \Gamma_{V^\mp \mapsto W^\mp \gamma} \\ & + \Gamma_{V^\mp \mapsto W^\pm U^{\mp\mp}} + \Gamma_{V^\mp \mapsto W^\mp Z} \end{aligned}$$

donde $P = E, M, T$ y $l = e, \mu, \tau$.

El bosón V^\pm , de acuerdo a las leyes de conservación en las interacciones débiles, presenta los decaimientos que se muestran en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Decaimientos del bosón de Calibre V^\pm .

Decaimiento Fermión-Fermión	Decaimiento Higgs-Calibre	Decaimiento Higgs-Higgs	Decaimiento Calibre-Calibre
$V^- \mapsto uJ_1, V^+ \mapsto \bar{u}J_1,$ $V^- \mapsto P^-\nu_l, V^+ \mapsto P^+\bar{\nu}_l$	$V^\mp \mapsto H_2^\mp Z,$ $V^\mp \mapsto H_2^\mp \gamma$	$V^\mp \mapsto H_2^\mp H_k^0, H_2^\mp h^0,$ $V^\mp \mapsto H^{\mp\mp} H_1^\pm$	$V^\mp \mapsto W^\mp \gamma, W^\pm U^{\mp\mp}$ $V^\mp \mapsto V^\mp Z$

Para el cálculo de las amplitudes y anchuras de cada uno de estos canales de decaimiento de V^\pm designamos la notación siguiente: p es el 4-momento de la partícula que decae (V^\pm) y k, q son los 4-momentos de las partículas finales del decaimiento.

El decaimiento del bosón V^\pm a un estado final donde existen dos partícu-

las a_1, a_2 , su anchura de decaimiento viene dada por la ecuación diferencial

$$d\Gamma = |\mathcal{M}|^2 \frac{|\vec{p}_1| d\Omega}{32\pi^2 E_a^2} \quad (5.1)$$

con el momento

$$|\vec{p}_1| = \frac{M_V}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_1 + M_2)^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_1 - M_2)^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \quad (5.2)$$

Siendo M_V, M_1 y M_2 las masas de las partículas V^\pm, a_1 y a_2 , respectivamente.

Teniendo en cuenta estos resultados, a continuación proseguimos a calcular las anchura parciales del decaimiento de V^\pm .

5.1. Decaimiento del Bosón V^\pm en Fermiones

5.1.1. Decaimiento en Quarks

Decaimiento de $V^-(V^+)$ en $u(\bar{u})$ y $\bar{J}_1(J_1)$

■ Diagrama de Feynman

El diagrama de Feynman para el decaimiento del bosón $V^-(V^+)$ en los quarks $u(\bar{u})$ y $\bar{J}_1(J_1)$, de 4-momentos k y q , respectivamente, se muestra en la Fig.5.1(a) (Fig.5.1(b)).

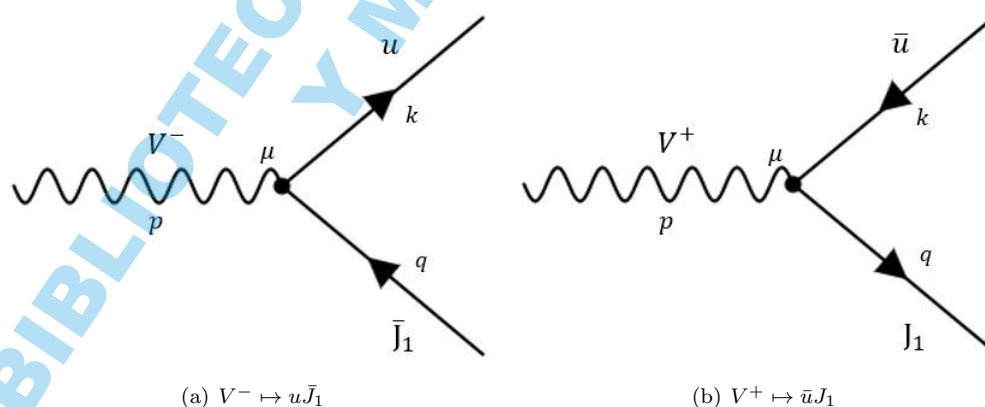


Figura 5.1: Diagrama de Feynman para el decaimiento $V^-(V^+) \mapsto u\bar{J}_1(\bar{u}J_1)$

■ Amplitud:

La amplitud invariante \mathcal{M} para el proceso de decaimiento $V^- \mapsto u\bar{J}_1$,

de acuerdo a las reglas de Feynman descritas en la Sección 3.2, toma la forma siguiente:

$$\mathcal{M} = \epsilon_\mu(p, \lambda) v(q, \sigma') \left[-i \frac{e}{2\sqrt{2} s_w} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \right] \bar{u}(k, \sigma)$$

donde, se ha denotado por λ , σ y σ' a las polarizaciones de las partículas V^- , u y \bar{J} , respectivamente.

Considerando las propiedades siguientes de las matrices de Dirac

$$\begin{aligned} \gamma^{0\dagger} &= \gamma^0, & \gamma^{\mu\dagger} &= \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0, & \bar{u}^\dagger &= (u^\dagger \gamma^0)^\dagger = \gamma^0 u \\ [\gamma^\nu (1 - \gamma^5)]^\dagger &= \gamma^\nu (1 - \gamma^5) = (1 + \gamma^5) \gamma^\nu \end{aligned}$$

La amplitud adjunta viene dada por

$$\mathcal{M}^\dagger = u(k, \sigma) \left[i \frac{e}{2\sqrt{2} s_w} (1 + \gamma^5) \gamma^\nu \right] \epsilon_\nu^*(p, \lambda) \bar{v}(q, \sigma')$$

■ Amplitud Promedio:

Con \mathcal{M} y \mathcal{M}^\dagger conocidas, la amplitud cuadrática $|\mathcal{M}|^2$ es

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{8} \left[u(k, \sigma) (1 + \gamma^5) \gamma^\nu \epsilon_\nu^*(p, \lambda) \bar{v}(q, \sigma') \right] \\ &\quad \times \left[\epsilon_\mu(p, \lambda) v(q, \sigma') \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \bar{u}(k, \sigma) \right] \\ &= \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{8} \left(\epsilon_\nu^*(p, \lambda) \epsilon_\mu(p, \lambda) \right) \left[u(k, \sigma) (1 + \gamma^5) \gamma^\nu \bar{v}(q, \sigma') \right] \\ &\quad \times \left[v(q, \sigma') \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \bar{u}(k, \sigma) \right] \end{aligned}$$

En general, ya que las partículas involucradas en el decaimiento no poseen estados cuánticos con espín definido, es necesario realizar un promedio de esta amplitud. En ese sentido, la amplitud promedio para este proceso sobre los espines de V^\pm viene dada por

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{2s_i + 1} \sum_{\lambda, \sigma, \sigma'} |\mathcal{M}|^2$$

donde s_i denota el espín de la partícula que decae.

Como el bosón V^\pm tiene espín 1, entonces la amplitud promedio

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{24} \left(\sum_\lambda \epsilon_\mu(p, \lambda) \epsilon_\nu^*(p, \lambda) \right) \times \\ &\quad \sum_{\sigma, \sigma'} [u(k, \sigma) (1 + \gamma^5) \gamma^\nu \bar{v}(q, \sigma')] [v(q, \sigma') \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \bar{u}(k, \sigma)] \\ &= \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{24} \left(\sum_\lambda \epsilon_\mu(p, \lambda) \epsilon_\nu^*(p, \lambda) \right) \left(\sum_\sigma u(k, \sigma) \bar{u}(k, \sigma) \right) \times \\ &\quad (1 + \gamma^5) \gamma^\nu \left(\sum_{\sigma'} v(q, \sigma') \bar{v}(q, \sigma') \right) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \end{aligned}$$

Considerando las relaciones de completitud para partículas con espín-1/2 y espín-1

$$\begin{aligned} \sum_\sigma u(k, \sigma) \bar{u}(k, \sigma) &= \not{k} + M_u, & \sum_{\sigma'} v(q, \sigma') \bar{v}(q, \sigma') &= \not{q} - M_{\bar{J}_1} \\ \sum_\lambda \epsilon_\mu(p, \lambda) \epsilon_\nu^*(p, \lambda) &= -\eta_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M_V^2} \end{aligned}$$

con la definición $\not{k} = \gamma^\mu k_\mu$, $\not{q} = \gamma^\mu q_\mu$ y donde M_V , M_u y $M_{\bar{J}_1}$ representan las masas de V^- , u y \bar{J}_1 , respectivamente.

De esto, la amplitud promedio resulta

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{24} \left(-\eta_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M_V^2} \right) (\not{k} + M_u) (1 + \gamma^5) \gamma^\nu \\ &\quad \times (\not{q} + M_{\bar{J}_1}) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \end{aligned}$$

Por otro lado, de acuerdo con el *Casimir's Trick*

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{24} \left(-\eta_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M_V^2} \right) \text{Tr}[A]$$

Con la definición:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[A] &= \text{Tr}[(\not{k} + M_u) (1 + \gamma^5) \gamma^\nu (\not{q} + M_{\bar{J}_1}) \gamma^\mu (1 - \gamma^5)] \\ &= \text{Tr}[a] + \text{Tr}[b] + \text{Tr}[c] + \text{Tr}[d] \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[a] &= \text{Tr}[\not{k} (1 + \gamma^5) \gamma^\nu \not{q} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)] \\ \text{Tr}[b] &= \text{Tr}[M_u (1 + \gamma^5) \gamma^\nu M_{\bar{J}_1} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)] \\ \text{Tr}[c] &= \text{Tr}[\not{k} (1 + \gamma^5) \gamma^\nu M_{\bar{J}_1} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)] \\ \text{Tr}[d] &= \text{Tr}[M_u (1 + \gamma^5) \gamma^\nu \not{q} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)] \end{aligned}$$

El cálculo de estas trazas se puede encontrar en el Apéndice C.2, en el cual se logra obtener los siguientes resultados:

$$\begin{aligned}\text{Tr}[a] &= 8k_\lambda q_\rho (\eta^{\lambda\mu} \eta^{\rho\nu} - \eta^{\lambda\rho} \eta^{\mu\nu} + \eta^{\mu\rho} \eta^{\lambda\nu} - i\epsilon^{\lambda\mu\rho\nu}) \\ \text{Tr}[b] &= 0, \quad \text{Tr}[c] = 0, \quad \text{Tr}[d] = 0\end{aligned}$$

donde $\epsilon^{\lambda\mu\rho\nu}$ es el tensor de Levi-Civita 4-dimensional. con ello

$$\text{Tr}[A] = 8k_\lambda q_\rho (\eta^{\lambda\nu} \eta^{\rho\mu} - \eta^{\lambda\rho} \eta^{\nu\mu} + \eta^{\nu\rho} \eta^{\lambda\mu} - i\epsilon^{\lambda\nu\rho\mu})$$

Al sustituir $\text{Tr}[A]$, la amplitud promedio viene dada como sigue

$$\begin{aligned}|\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2 k_\lambda q_\rho}{3} \left(-\eta_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M_V^2} \right) \times \\ &\quad \left(\eta^{\lambda\nu} \eta^{\rho\mu} - \eta^{\lambda\rho} \eta^{\nu\mu} + \eta^{\nu\rho} \eta^{\lambda\mu} - i\epsilon^{\lambda\nu\rho\mu} \right) \\ &= \frac{e^2 k_\lambda q_\rho}{3s_w^2} \left(-\eta_{\mu\nu} \eta^{\lambda\nu} \eta^{\rho\mu} + \eta_{\mu\nu} \eta^{\lambda\rho} \eta^{\nu\mu} - \eta_{\mu\nu} \eta^{\nu\rho} \eta^{\lambda\mu} + i\eta_{\mu\nu} \epsilon^{\lambda\nu\rho\mu} \right. \\ &\quad \left. + \frac{p_\mu p_\nu}{M_V^2} \eta^{\lambda\nu} \eta^{\rho\mu} - \frac{p_\mu p_\nu}{M_V^2} \eta^{\lambda\rho} \eta^{\nu\mu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M_V^2} \eta^{\nu\rho} \eta^{\lambda\mu} - i \frac{p_\mu p_\nu}{M_V^2} \epsilon^{\lambda\nu\rho\mu} \right)\end{aligned}$$

Teniendo en cuenta los resultados siguientes:

$$\begin{aligned}\text{(a.) } \eta_{\mu\nu} \eta^{\lambda\nu} &= \delta_\mu^\lambda & \text{(c.) } \eta_{\nu\mu} \epsilon^{\lambda\nu\rho\mu} &= 0 \\ \text{(b.) } \eta_{\mu\nu} \eta^{\mu\nu} &= 4 & \text{(d.) } p_\mu &= p^\nu \eta_{\mu\nu}\end{aligned}$$

Entonces

$$\begin{aligned}|\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2 k_\lambda q_\rho}{3} \left(-\delta_\mu^\lambda \eta^{\rho\mu} + 4\eta^{\lambda\rho} - \delta_\mu^\rho \eta^{\lambda\mu} + \frac{p_\mu p^\lambda}{M_V^2} \eta^{\rho\mu} \right. \\ &\quad \left. - \frac{p_\mu p^\mu}{M_V^2} \eta^{\lambda\rho} + \frac{p_\mu p^\rho}{M_V^2} \eta^{\lambda\mu} - i \frac{p_\mu p_\nu}{M_V^2} \epsilon^{\lambda\nu\rho\mu} \right) \\ &= \frac{e^2 k_\lambda q_\rho}{3s_w^2} \left(2\eta^{\rho\lambda} + \frac{p^\rho p^\lambda}{M_V^2} - \frac{p_\mu p^\mu}{M_V^2} \eta^{\lambda\rho} + \frac{p^\lambda p^\rho}{M_V^2} - i \frac{p_\mu p_\nu}{M_V^2} \epsilon^{\lambda\nu\rho\mu} \right)\end{aligned}$$

Por conservación del 4-momento $p_\mu = k_\mu + q_\mu$ el tensor ϵ se contrae sobre dos objetos identicos y como resultado [9]

$$k_\lambda q_\rho p_\nu p_\mu \epsilon^{\mu\nu\lambda\alpha} = 0$$

En consecuencia

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{e^2}{3s_w^2} \left(2k_\lambda q_\rho \eta^{\rho\lambda} + k_\lambda q_\rho \frac{p^\rho p^\lambda}{M_V^2} - k_\lambda q_\rho \frac{p_\mu p^\mu}{M_V^2} \eta^{\lambda\rho} + k_\lambda q_\rho \frac{p^\lambda p^\rho}{M_V^2} \right)$$

Y por las definiciones $k \cdot q \equiv k_\lambda q_\rho \eta^{\rho\lambda}$, $p^2 \equiv p_\mu p^\mu$ se sigue

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{e^2}{3s_w^2} \left(2k \cdot q + \frac{(k \cdot p)(q \cdot p)}{M_V^2} - \frac{(k \cdot q)p^2}{M_V^2} + \frac{(k \cdot p)(q \cdot p)}{M_V^2} \right) \quad (5.4)$$

Finalmente, a partir de la conservación del 4-momento es posible obtener las relaciones siguientes:

Relaciones entre los 4-momentos p, k y q

De la conservación de energía-momento se deduce:

$$p_\mu = k_\mu + q_\mu \quad (5.5a)$$

$$2k \cdot q = p^2 - k^2 - q^2 \quad (5.5b)$$

$$2p \cdot k = p^2 + k^2 - q^2 \quad (5.5c)$$

$$2p \cdot q = p^2 + q^2 - k^2 \quad (5.5d)$$

Luego de sustituir (5.5b), (5.5c) y (5.5d) en (5.4)

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{3} \left((p^2 - k^2 - q^2) \left(1 - \frac{p^2}{2M_V^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{(p^2 + k^2 - q^2)(p^2 + q^2 - k^2)}{2M_V^2} \right) \end{aligned}$$

Recordando, por la ecuación relativista energía-momento,

$$p^2 = M_V^2, \quad k^2 = M_u^2, \quad q^2 = M_{J_1}^2$$

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{3} \left(\frac{p^2 - k^2 - q^2}{2} + \frac{(p^2 + k^2 - q^2)(p^2 + q^2 - k^2)}{2M_V^2} \right) \\ &= \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{3} \left(\frac{p^2 - k^2 - q^2}{2} + \frac{1}{2} \frac{p^4}{M_V^2} + \frac{k^2 q^2}{M_V^2} - \frac{1}{2} \frac{k^4}{M_V^2} - \frac{1}{2} \frac{q^4}{M_V^2} \right) \end{aligned}$$

Si se define el término de masas

$$\mathfrak{M}_{Vu\bar{J}_1} = M_V^2 - \frac{1}{2} M_u^2 - \frac{1}{2} M_{J_1}^2 + \frac{M_u^2 M_{J_1}^2}{M_V^2} - \frac{1}{2} \frac{M_u^4}{M_V^2} - \frac{1}{2} \frac{M_{J_1}^4}{M_V^2} \quad (5.6)$$

entonces la amplitud invariante promedio del proceso de decaimiento $V^- \mapsto u + \bar{J}_1$ es

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^- u \bar{J}_1} = \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{3} \mathfrak{M}_{Vu\bar{J}_1} \quad (5.7)$$

Como la masa de una partícula es igual a la de su antipartícula, esto es $M_{V^-} = M_{V^+}$, $M_u = M_{\bar{u}}$, $M_{J_1} = M_{\bar{J}_1}$, y la amplitud promedio (5.7) solo depende de las masas, entonces se cumple

$$\boxed{\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^- u \bar{J}_1} = \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^+ \bar{u} J_1}} \quad (5.8)$$

■ Anchura de Decaimiento

Por (5.1), la anchura parcial de decaimiento $\Gamma_{V^- \rightarrow u \bar{J}_1}$ viene a ser

$$\Gamma_{V^- \rightarrow u \bar{J}_1} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 E_V^2} |\vec{p}| |\overline{\mathcal{M}}|_{V^- u \bar{J}_1}^2 \quad (5.9)$$

donde

$$\begin{aligned} E_V^2 &= M_V^2 \\ d\Omega &= \sin\theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

y de acuerdo a (4.3),

$$|\vec{p}| = \frac{M_V}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_u + M_{\bar{J}_1})^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_u - M_{\bar{J}_1})^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \quad (5.10)$$

Al sustituir la amplitud de decaimiento (5.7) y el momento (5.10) en (5.9), el resultado que se obtiene es el siguiente:

$$\begin{aligned} \Gamma_{V^- \rightarrow u \bar{J}_1} &= \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_V^2} \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{3} \mathfrak{M}_{V u \bar{J}_1} \frac{M_V}{2} \times \\ &\quad \left[\left(1 - \frac{(M_u + M_{\bar{J}_1})^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_u - M_{\bar{J}_1})^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned}$$

Integrando sobre el ángulo sólido (ya que los demás términos no dependen de variables angulares) y sustituyendo el valor de $\mathfrak{M}_{V u \bar{J}_1}$ definido en (5.6), se encuentra que la anchura parcial de V^- en el decaimiento a los quarks u y \bar{J}_1 es igual a:

$$\begin{aligned} \Gamma_{V^- \rightarrow u \bar{J}_1} &= \frac{e^2}{48\pi M_V} \frac{1}{s_w^2} \times \\ &\quad \left(M_V^2 - \frac{1}{2} M_u^2 - \frac{1}{2} M_{\bar{J}_1}^2 + \frac{M_u^2 M_{\bar{J}_1}^2}{M_V^2} - \frac{1}{2} \frac{M_u^4}{M_V^2} - \frac{1}{2} \frac{M_{\bar{J}_1}^4}{M_V^2} \right) \\ &\quad \times \left[\left(1 - \frac{(M_u + M_{\bar{J}_1})^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_u - M_{\bar{J}_1})^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \quad (5.11) \end{aligned}$$

Nota: La anchura parcial de V^+ en el decaimiento a \bar{u} y J_1 , es igual a la anchura parcial de V^- en el decaimiento a u y \bar{J}_1 debido a que la masa de una antipartícula es la misma que la de una partícula. Esto es

$$\boxed{\Gamma_{V^- \rightarrow u \bar{J}_1} = \Gamma_{V^+ \rightarrow \bar{u} J_1}}$$

5.1.2. Decaimiento en Leptones

Decaimiento de $V^-(V^+)$ en $P^-(P^+)$ y $\nu_l(\bar{\nu}_l)$

En esta sección calculamos las amplitudes y anchuras de los 3 decaimientos del bosón V^\mp siguientes:

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^-;V^+} &= \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^-P^-\nu_l}; \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^+P^+\bar{\nu}_l} \\ &= \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^-E^-\nu_e} + \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^-M^-\nu_\mu} + \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^-T^-\nu_\tau}; \\ &\quad \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^+E^+\bar{\nu}_e} + \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^+M^+\bar{\nu}_\mu} + \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^+T^+\bar{\nu}_\tau} \end{aligned} \quad (5.12)$$

donde $P = E, M, T$ y $l = e, \mu, \tau$.

- Diagrama de Feynman:

En la Fig.5.2 se muestra el diagrama de Feynman para el decaimiento del bosón V^- , con momento p , en los leptones (a) $E^-\nu_e$, (b) $M^-\nu_\mu$ y (c) $T^-\nu_\tau$ de momentos k y q , respectivamente.

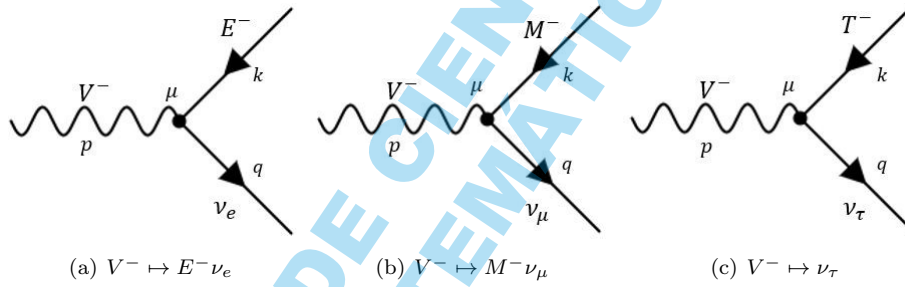


Figura 5.2: Diagrama de Feynman para el decaimiento $V^- \mapsto P^-\nu_l$

- Amplitud:

A continuación analizamos el decaimiento $V^- \mapsto E^-\nu_e$. Si λ representa la polarización del bosón V^- y σ, σ' representan las polarizaciones de los leptones E^- y ν_e . Luego, de acuerdo a las reglas de Feynman, la amplitud invariante \mathcal{M} y su adjunta \mathcal{M}^\dagger para este proceso de decaimiento vienen dadas por

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \epsilon_\mu(p, \lambda) \bar{u}(q, \sigma') \left[-i \frac{e}{2\sqrt{2} s_w} \frac{1}{s_w} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \right] v(k, \sigma) \\ \mathcal{M}^\dagger &= \bar{v}(k, \sigma) \left[i \frac{e}{2\sqrt{2} s_w} \frac{1}{s_w} (1 + \gamma^5) \gamma^\nu \right] \epsilon_\nu^*(p, \lambda) u(q, \sigma') \end{aligned}$$

- Amplitud Promedio:

De la definición,

$$|\mathcal{M}|^2 = \mathcal{M}^\dagger \mathcal{M}$$

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}|^2 &= \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{8} \left[\bar{v}(k, \sigma)(1 + \gamma^5)\gamma^\nu \epsilon_\nu^*(p, \lambda) u(q, \sigma') \right] \\
&\quad \times \left[\epsilon_\mu(p, \lambda) \bar{u}(q, \sigma') \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v(k, \sigma) \right] \\
&= \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{8} \left(\epsilon_\nu^*(p, \lambda) \epsilon_\mu(p, \lambda) \right) \left[\bar{v}(k, \sigma)(1 + \gamma^5)\gamma^\nu u(q, \sigma') \right] \\
&\quad \times \left[\bar{u}(q, \sigma') \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v(k, \sigma) \right]
\end{aligned}$$

Recordando que el espín de V^\pm es igual a 1 ($s_i = 1$), entonces la amplitud promedio para este proceso sobre los espines de V^\pm viene dada por

$$\begin{aligned}
\overline{|\mathcal{M}|^2} &= \frac{1}{2s_i + 1} \sum_{\lambda, \sigma, \sigma'} |\mathcal{M}|^2 \\
\overline{|\mathcal{M}|^2} &= \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{24} \sum_{\lambda} \epsilon_\mu(p, \lambda) \epsilon_\nu^*(p, \lambda) \left(\sum_{\sigma} [\bar{v}(k, \sigma)(1 + \gamma^5)\gamma^\nu u(q, \sigma')] \right) \\
&\quad \times \left(\sum_{\sigma'} [\bar{u}(q, \sigma') \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v(k, \sigma)] \right) \\
&= \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{24} \left(\sum_{\lambda} \epsilon_\mu(p, \lambda) \epsilon_\nu^*(p, \lambda) \right) \left(\sum_{\sigma} v(k, \sigma) \bar{v}(k, \sigma) \right) \\
&\quad \times (1 + \gamma^5) \gamma^\nu \left(\sum_{\sigma'} u(q, \sigma') \bar{u}(q, \sigma') \right) \gamma^\mu (1 - \gamma^5)
\end{aligned}$$

Al considerar $M_{\nu_e} = 0$ (masa del neutrino igual a cero), la relación de completitud para partículas con espín 1 y *Casimir's Trick*, se obtiene

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{24} \left(-\eta_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M_V^2} \right) \text{Tr}[(\not{k} - M_E)(1 + \gamma^5)\gamma^\nu \not{q} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)]$$

donde M_V es la masa del bosón V^- y M_E la masa del leptón pesado E^- .

Si se define

$$\text{Tr}[B] = \text{Tr}[(\not{k} - M_E)(1 + \gamma^5)\gamma^\nu \not{q} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)]$$

entonces

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{24} \left(-\eta_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M_V^2} \right) \text{Tr}[B]$$

Cálculo de $\text{Tr}[B]$:

$$\begin{aligned}\text{Tr}[B] &= \text{Tr}[(\not{k} - M_E)(1 + \gamma^5)\gamma^\nu \not{q} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)] \\ &= \text{Tr}[a^*] - \text{Tr}[b^*]\end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}\text{Tr}[a^*] &= \text{Tr}[\not{k}(1 + \gamma^5)\gamma^\nu \not{q} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)] \\ \text{Tr}[b^*] &= \text{Tr}[M_E(1 + \gamma^5)\gamma^\nu \not{q} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)]\end{aligned}$$

El resultado de estas trazas es conocido¹

$$\begin{aligned}\text{Tr}[a^*] &= 8k_\lambda q_\rho (\eta^{\lambda\nu} \eta^{\rho\mu} - \eta^{\lambda\rho} \eta^{\nu\mu} + \eta^{\nu\rho} \eta^{\lambda\mu} - i\epsilon^{\lambda\nu\rho\mu}) \\ \text{Tr}[b^*] &= 0\end{aligned}$$

y al sustituir se obtiene

$$\text{Tr}[B] = 8k_\lambda q_\rho (\eta^{\lambda\nu} \eta^{\rho\mu} - \eta^{\lambda\rho} \eta^{\nu\mu} + \eta^{\nu\rho} \eta^{\lambda\mu} - i\epsilon^{\lambda\nu\rho\mu})$$

De esto se sigue que la amplitud promedio viene dada por

$$\begin{aligned}|\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2 k_\lambda q_\rho}{3} \left(-\eta_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M_V^2} \right) \times \\ &\quad \left(\eta^{\lambda\nu} \eta^{\rho\mu} - \eta^{\lambda\rho} \eta^{\nu\mu} + \eta^{\nu\rho} \eta^{\lambda\mu} - i\epsilon^{\lambda\nu\rho\mu} \right)\end{aligned}$$

Como se puede observar, el resultado que se ha obtenido aquí es idéntico al que se obtuvo en la Sección 5.1.1. De tal manera que, siguiendo el mismo procedimiento de la Sección anterior (esta vez considerando $M_{\nu_e} = 0$) encontramos que la amplitud invariante promedio para el proceso de decaimiento $V^- \mapsto E^- \nu_e$ está dada por

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2_{V^- E^- \nu_e} = \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{3} \left(M_V^2 - \frac{1}{2} M_E^2 - \frac{1}{2} \frac{M_E^4}{M_V^2} \right) \quad (5.13)$$

De manera similar, la amplitud invariante para el decaimiento $V^- \mapsto M^- \nu_\mu$ es dada por

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2_{V^- M^- \nu_\mu} = \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{3} \left(M_V^2 - \frac{1}{2} M_M^2 - \frac{1}{2} \frac{M_M^4}{M_V^2} \right) \quad (5.14)$$

donde M_M es la masa del leptón pesado M^- .

La amplitud promedio del proceso $V^- \mapsto T^- \nu_\tau$ resulta ser

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2_{V^- T^- \nu_\tau} = \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{3} \left(M_V^2 - \frac{1}{2} M_T^2 - \frac{1}{2} \frac{M_T^4}{M_V^2} \right) \quad (5.15)$$

¹Ver Apéndice C.2

con M_T , la masa del leptón pesado T^- .

Evidentemente

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^-E^- \nu_e} = \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^+E^+ \bar{\nu}_e} \quad (5.16)$$

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^-M^- \nu_\mu} = \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^+M^+ \bar{\nu}_\mu} \quad (5.17)$$

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^-T^- \nu_\tau} = \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^+T^+ \bar{\nu}_\tau} \quad (5.18)$$

■ Anchura de Decaimiento

De (5.1), la anchura de decaimiento $\Gamma_{V^- \rightarrow E^- \nu_e}$ es dada por

$$\Gamma_{V^- \rightarrow E^- \nu_e} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 E_V^2} |\vec{p}| \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^-E^- \nu_e} \quad (5.19)$$

donde

$$\begin{aligned} E_V^2 &= M_V^2 \\ d\Omega &= \sin\theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

y por (4.3),

$$|\vec{p}| = \frac{M_V^2 - M_E^2}{2M_V} \quad (5.20)$$

donde M_V y M_E son las masas de V^- y E^- , respectivamente.

Sustituyendo la amplitud de decaimiento (5.13) y el momento (5.20) en (5.19),

$$\Gamma_{V^- \rightarrow E^- \nu_e} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_V^2} \frac{1}{s_w^2} \frac{e^2}{3} \left(M_V^2 - \frac{1}{2} M_E^2 - \frac{1}{2} \frac{M_E^4}{M_V^2} \right) \left(\frac{M_V^2 - M_E^2}{2M_V} \right)$$

Integrando sobre el ángulo sólido se encuentra que la anchura parcial de V^- en el decaimiento al leptón E^- y ν_e es igual a:

$$\Gamma_{V^- \rightarrow E^- \nu_e} = \frac{e^2}{48\pi M_V^3} \frac{1}{s_w^2} \left(M_V^2 - \frac{1}{2} M_E^2 - \frac{1}{2} \frac{M_E^4}{M_V^2} \right) \left(M_V^2 - M_E^2 \right) \quad (5.21)$$

En el mismo procedimiento, la anchura parcial de V^- por el canal de los leptones $M^- \nu_\mu$

$$\Gamma_{V^- \rightarrow M^- \nu_\mu} = \frac{e^2}{48\pi M_V^3} \frac{1}{s_w^2} \left(M_V^2 - \frac{1}{2} M_M^2 - \frac{1}{2} \frac{M_M^4}{M_V^2} \right) \left(M_V^2 - M_M^2 \right) \quad (5.22)$$

y la anchura parcial de V^- por el canal de los leptones $T^- \nu_\tau$

$$\Gamma_{V^- \rightarrow T^- \nu_\tau} = \frac{e^2}{48\pi M_V^3 s_w^2} \left(M_V^2 - \frac{1}{2} M_T^2 - \frac{1}{2} \frac{M_T^4}{M_V^2} \right) \left(M_V^2 - M_T^2 \right) \quad (5.23)$$

Finalmente, teniendo en cuenta²

$$M_{E^-} = M_{E^+} = M_E, \quad M_{M^-} = M_{M^+} = M_M, \quad M_{T^-} = M_{T^+} = M_T$$

entonces

$$\boxed{\Gamma_{V^- \rightarrow E^- \nu_e} = \Gamma_{V^+ \rightarrow T^+ \bar{\nu}_e}}, \quad \boxed{\Gamma_{V^- \rightarrow M^- \nu_\mu} = \Gamma_{V^+ \rightarrow M^+ \bar{\nu}_\mu}},$$

$$\boxed{\Gamma_{V^- \rightarrow T^- \nu_\tau} = \Gamma_{V^+ \rightarrow T^+ \bar{\nu}_\tau}}$$

5.2. Decaimiento del Bosón V^\pm en Bosones

5.2.1. Decaimiento en Bosones de Higgs

Decaimiento de V^\mp en H_2^\mp y h^0

■ Diagrama de Feynman:

En esta sección estudiamos el decaimiento del bosón de calibre V^\mp en los bosones de Higgs H_2^\mp y h^0 calculando la amplitud y anchura del proceso. Para ello, calculamos la amplitud \mathcal{M} a partir del diagrama de Feynman que representa a este proceso y que se muestra en la Fig. 5.3; donde p , k y q denotan los 4-momentos de las partículas V^\mp , H_2^\mp y h^0 , respectivamente.

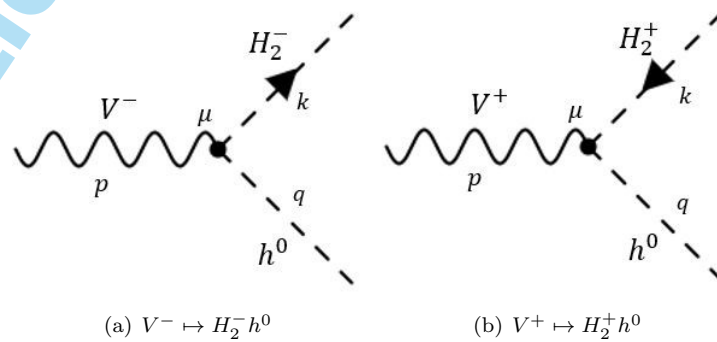


Figura 5.3: Diagrama de feynman para el decaimiento $V^\mp \rightarrow H_2^\mp h^0$

²La masa de una partícula es igual a la masa de su antipartícula

■ Amplitud:

$$\mathcal{M} = \epsilon^\mu(p, \lambda) \left[-i \frac{e}{2\sqrt{2}} C_{V^\mp H_2^\mp h^0} (-k + q)_\mu \right]$$

$$\mathcal{M}^\dagger = \left[i \frac{e}{2\sqrt{2}} C_{V^\mp H_2^\mp h^0}^\dagger (-k + q)_\nu \right] \epsilon^{\nu*}(p, \lambda)$$

donde; λ representa la polarización asociado al campo vectorial de V^\mp y se define la constante

$$C_{V^\mp H_2^\mp h^0} = \frac{v_\rho}{s_w \sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}}$$

■ Amplitud Promedio:

Un resultado inmediato de esto es:

$$|\mathcal{M}|^2 = \left| C_{V^\mp H_2^\mp h^0} \right|^2 \frac{e^2}{8} (-k + q)_\mu \epsilon^{\mu*}(p, \lambda) \epsilon^\nu(p, \lambda) (-k + q)_\nu$$

Y la amplitud promedio

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{2s_i + 1} \sum_\lambda |\mathcal{M}|^2$$

con $s_i = 1$, viene dada por

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{V^\mp H_2^\mp h^0} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left(\sum_\lambda \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\nu*}(p, \lambda) \right) (-k + q)_\mu (-k + q)_\nu$$

por completitud y de la propiedad de subida y bajada de índices, la expresión anterior resulta ser

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{V^\mp H_2^\mp h^0} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left(-\eta^{\mu\nu} + \frac{p^\mu p^\nu}{M_V^2} \right) (q - k)_\mu (q - k)_\nu$$

$$= \left| C_{V^\mp H_2^\mp h^0} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left(-(q - k)^2 + \frac{p^\mu p^\nu}{M_V^2} (q - k)_\mu (q - k)_\nu \right)$$

De la relación (5.5a) y considerando la definición $k^2 = k_\mu k_\nu \eta^{\mu\nu}$, tenemos lo siguiente:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{V^\mp H_2^\mp h^0} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left(2k \cdot q - k^2 - q^2 + \frac{(-k^2 + q^2)(-k^2 + q^2)}{M_V^2} \right)$$

Por la relación (5.5b)

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{V^\mp H_2^\mp h^0} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left((p^2 - k^2 - q^2) - k^2 - q^2 + \frac{(-k^2 + q^2)^2}{M_V^2} \right)$$

$$= \left| C_{V^\mp H_2^\mp h^0} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left(p^2 - 2k^2 - 2q^2 + \frac{k^4 + q^4 - 2k^2 q^2}{M_V^2} \right)$$

Finalmente, por la ecuación relativista de energía-momento

$$p^2 = M_V^2, \quad k^2 = M_{H_2}^2, \quad q^2 = M_h^2$$

donde; M_V , M_{H_2} y M_h son las masas de los bosones V^\mp , H_2^\mp y h^0 . De esto se sigue que la amplitud invariante promedio para el proceso de decaimiento $V^\mp \mapsto H_2^\mp h^0$, viene dada por

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp H_2^\mp h^0} = \frac{v_\rho^2}{s_w^2(v_\rho^2 + v_\chi^2)} \frac{e^2}{24} \mathfrak{M}_{V H_2 h^0} \quad (5.24)$$

Aquí, se ha sustituido el valor de la constante $C_{V^\mp H_2^\mp h^0}$ y se ha definido el término de masas

$$\mathfrak{M}_{V H_2 h^0} = M_V^2 - 2M_{H_2}^2 - 2M_h^2 + \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2} + \frac{M_h^4}{M_V^2} - 2\frac{M_{H_2}^2 M_h^2}{M_V^2} \quad (5.25)$$

■ Anchura de Decaimiento

Para el decaimiento

$$V^\mp \mapsto H_2^\mp h^0$$

La anchura parcial de decaimiento $\Gamma_{V^\mp \mapsto H_2^\mp h^0}$, a partir de (5.1), viene dada por

$$\Gamma_{V^\mp \mapsto H_2^\mp h^0} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_V^2} |\vec{p}| \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp H_2^\mp h^0} \quad (5.26)$$

donde

$$\begin{aligned} E_V^2 &= M_V^2 \\ d\Omega &= \sin\theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

Con el momento dado por

$$|\vec{p}| = \frac{M_V}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_{H_2} + M_{h^0})^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_{H_2} - M_{h^0})^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \quad (5.27)$$

Si reemplazamos la amplitud de decaimiento (5.24) y el momento (5.27) en (5.26), obtenemos el resultado siguiente

$$\begin{aligned} \Gamma_{V^\mp \mapsto H_2^\mp h^0} &= \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_V^2} \frac{v_\rho^2}{s_w^2(v_\rho^2 + v_\chi^2)} \frac{e^2}{24} \mathfrak{M}_{V H_2 h^0} \frac{M_V}{2} \times \\ &\quad \left[\left(1 - \frac{(M_{H_2} + M_{h^0})^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_{H_2} - M_{h^0})^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned}$$

Como la integración sobre el ángulo sólido da como resultado 4π , y luego de sustituir el término de masas $\mathfrak{M}_{V H_2 h^0}$ definido en (5.25),

entonces la anchura parcial de V^\mp en el decaimiento a H_2^\mp y h^0 resulta ser

$$\Gamma_{V^\mp \rightarrow H_2^\mp h^0} = \frac{e^2}{384\pi M_V} \frac{v_\rho^2}{s_w^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)} \times \left(M_V^2 - 2M_{H_2}^2 - 2M_h^2 + \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2} + \frac{M_h^4}{M_V^2} - 2\frac{M_{H_2}^2 M_h^2}{M_V^2} \right) \times \left[\left(1 - \frac{(M_{H_2} + M_{h^0})^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_{H_2} - M_{h^0})^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \quad (5.28)$$

Decaimiento de V^\mp en H_2^\mp y H_k^0

■ Diagrama de Feynman:

Se ha denotado por H_k^0 a los bosones H_1^0 , H_2^0 y H_3^0 . De manera que en el decaimiento de V^\mp en los bosones H_2^\mp y H_k^0 se incluye los siguientes decaimientos: $V^\mp \mapsto H_2^\mp + H_1^0, H_2^0, H_3^0$.

Sea p el 4-momento del bosón V^\mp , k el 4-momento de H_2^\mp y q el 4-momento de H_k^0 . Luego, el diagrama de Feynman del decaimiento $V^\mp \mapsto H_2^\mp H_k^0$ es el que se muestra en la Fig.5.4.

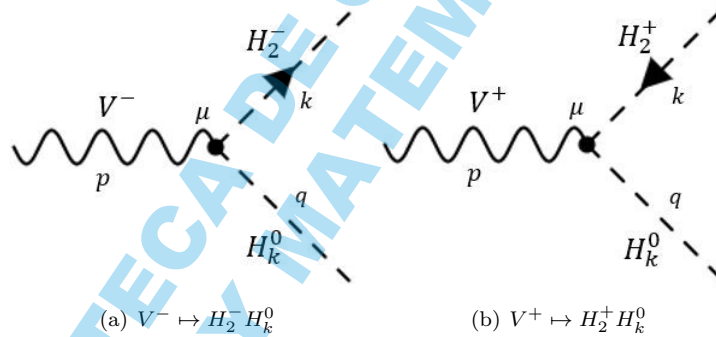


Figura 5.4: Diagrama de feynman para el decaimiento $V^\mp \mapsto H_2^\mp H_k^0$

■ Amplitud:

Por las reglas de Feynman descritas en la Sección 3.2 se deduce que la amplitud invariante, y por ende su adjunta, de este proceso de decaimiento viene dada por

$$\mathcal{M} = \epsilon^\mu(p, \lambda) \left[-i \frac{e}{2\sqrt{2}} C_{V^\mp H_2^\mp H_k^0} (-k + q)_\mu \right]$$

$$\mathcal{M}^\dagger = \left[i \frac{e}{2\sqrt{2}} C_{V^\mp H_2^\mp H_k^0}^\dagger (-k + q)_\nu \right] \epsilon^{\nu*}(p, \lambda)$$

donde; λ representa la polarización del campo asociado al bosón V^\mp y se definen las constantes

$$C_{V^\mp H_2^\mp H_1^0} = \frac{1}{s_w v_w} \frac{v_\rho v_\chi}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}}, \quad C_{V^\mp H_2^\mp H_2^0} = \frac{1}{s_w v_w} \frac{v_\eta v_\chi}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}},$$

$$C_{V^\mp H_2^\mp H_3^0} = \frac{1}{s_w} \frac{v_\rho}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}}$$

Claramente

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp H_2^\mp H_k^0} = \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp H_2^\mp H_1^0} + \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp H_2^\mp H_2^0} + \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp H_2^\mp H_3^0} \quad (5.29)$$

■ *Amplitud Promedio:*

A partir de la amplitud \mathcal{M} y su adjunta \mathcal{M}^\dagger se obtiene

$$|\mathcal{M}|^2 = \left| C_{V^\mp H_2^\mp H_k^0} \right|^2 \frac{e^2}{8} (-k + q)_\nu \epsilon^{\nu*}(p, \lambda) \epsilon^\mu(p, \lambda) (-k + q)_\mu$$

La amplitud promedio de este proceso viene a ser

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{V^\mp H_2^\mp H_k^0} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left(\sum_\lambda \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\nu*}(p, \lambda) \right) (-k + q)_\nu (-k + q)_\mu$$

Nuevamente, por completitud y de la definición

$$\sum_\lambda \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\nu*}(p, \lambda) = -\eta^{\mu\nu} + \frac{p^\mu p^\nu}{M_V^2}$$

$$(q - k)^2 = (q - k)_\mu (q - k)_\nu \eta^{\mu\nu}$$

la amplitud resulta

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{V^\mp H_2^\mp H_k^0} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left(-(q - k)^2 + \frac{p^\mu p^\nu}{M_V^2} (q - k)_\nu (q - k)_\mu \right)$$

Considerando las relaciones (5.5a) y (5.5b)

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \left| C_{V^\mp H_2^\mp H_k^0} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left(2k \cdot q - k^2 - q^2 + \frac{(-k^2 + q^2)(-k^2 + q^2)}{M_V^2} \right) \\ &= \left| C_{V^\mp H_2^\mp H_k^0} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left((p^2 - k^2 - q^2) - k^2 - q^2 + \frac{(-k^2 + q^2)^2}{M_V^2} \right) \\ &= \left| C_{V^\mp H_2^\mp H_k^0} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left(p^2 - 2k^2 - 2q^2 + \frac{k^4 + q^4 - 2k^2 q^2}{M_V^2} \right) \end{aligned}$$

Por la ecuación relativista de energía-momento,

$$p^2 = M_V^2, \quad k^2 = M_{H_2}^2, \quad q^2 = M_{H_k^0}^2$$

Por consiguiente, la amplitud invariante promedio del proceso de decaimiento $V^\mp \mapsto H_2^\mp H_k^0$ viene dada por

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp H_2^\mp H_1^0} = \frac{1}{s_w^2 v_w^2} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \frac{e^2}{24} \mathfrak{M}_{V H_2 H_1^0} \quad (5.30)$$

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp H_2^\mp H_2^0} = \frac{1}{s_w^2 v_w^2} \frac{v_\eta^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \frac{e^2}{24} \mathfrak{M}_{V H_2 H_2^0} \quad (5.31)$$

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp H_2^\mp H_3^0} = \frac{1}{s_w^2} \frac{v_\rho^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \frac{e^2}{24} \mathfrak{M}_{V H_2 H_3^0} \quad (5.32)$$

donde

$$\mathfrak{M}_{V H_2 H_1^0} = M_V^2 - 2M_{H_2}^2 - 2M_{H_1^0}^2 + \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2} + \frac{M_{H_1^0}^4}{M_V^2} - 2 \frac{M_{H_2}^2 M_{H_1^0}^2}{M_V^2} \quad (5.33)$$

$$\mathfrak{M}_{V H_2 H_2^0} = M_V^2 - 2M_{H_2}^2 - 2M_{H_2^0}^2 + \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2} + \frac{M_{H_2^0}^4}{M_V^2} - 2 \frac{M_{H_2}^2 M_{H_2^0}^2}{M_V^2} \quad (5.34)$$

$$\mathfrak{M}_{V H_2 H_3^0} = M_V^2 - 2M_{H_2}^2 - 2M_{H_3^0}^2 + \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2} + \frac{M_{H_3^0}^4}{M_V^2} - 2 \frac{M_{H_2}^2 M_{H_3^0}^2}{M_V^2} \quad (5.35)$$

■ Anchura de Decaimiento

En el decaimiento

$$V^\mp \mapsto H_2^\mp H_k^0$$

donde en la notación H_k^0 está implícito los bosones H_1^0 , H_2^0 y H_3^0 ; por (5.1), la anchura de decaimiento $\Gamma_{V^\mp \mapsto H_2^\mp H_k^0}$ viene expresada mediante:

$$\Gamma_{V^\mp \mapsto H_2^\mp H_k^0} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_V^2} |\vec{p}| \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp H_2^\mp H_k^0} \quad (5.36)$$

con

$$\begin{aligned} E_V^2 &= M_V^2 \\ d\Omega &= \sin\theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

y por (5.2),

$$|\vec{p}| = \frac{M_V}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_{H_2} + M_{H_k^0})^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_{H_2} - M_{H_k^0})^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \quad (5.37)$$

Si revisamos el resultado de las amplitudes promedio $\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp H_2^\mp H_k^0}$; dados en (5.30), (5.31) y (5.32), y además del momento (5.37) para

$k = 1, 2, 3$, se observa una no dependencia en las variables angulares φ, θ ; de manera que, la anchura $\Gamma_{V^\mp \rightarrow H_2^\mp H_k^0}$ viene a ser

$$\Gamma_{V^\mp \rightarrow H_2^\mp H_k^0} = \frac{|\vec{p}|}{32\pi^2 M_V^2} \overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp H_2^\mp H_k^0} \int_{\Omega} d\Omega$$

recordado que una integración sobre el ángulo sólido es 4π , y sustituyendo las amplitudes promedios respectivas, concluimos que las anchuras parciales de V^\mp mediante el decaimiento a H_2^\mp y H_k^0 son:

(a). *Dcaimiento* $V^\mp \mapsto H_2^\mp H_1^0$

$$\begin{aligned} \Gamma_{V^\mp \rightarrow H_2^\mp H_1^0} &= \frac{e^2}{384\pi M_V} \frac{1}{s_w^2 v_w^2} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \times \\ &\left(M_V^2 - 2M_{H_2}^2 - 2M_{H_1^0}^2 + \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2} + \frac{M_{H_1^0}^4}{M_V^2} - 2\frac{M_{H_2}^2 M_{H_1^0}^2}{M_V^2} \right) \\ &\left[\left(1 - \frac{(M_{H_2} + M_{H_1^0})^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_{H_2} - M_{H_1^0})^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (5.38)$$

(b). *Dcaimiento* $V^\mp \mapsto H_2^\mp H_2^0$

$$\begin{aligned} \Gamma_{V^\mp \rightarrow H_2^\mp H_2^0} &= \frac{e^2}{384\pi M_V} \frac{1}{s_w^2 v_w^2} \frac{v_\eta^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \times \\ &\left(M_V^2 - 2M_{H_2}^2 - 2M_{H_2^0}^2 + \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2} + \frac{M_{H_2^0}^4}{M_V^2} - 2\frac{M_{H_2}^2 M_{H_2^0}^2}{M_V^2} \right) \\ &\left[\left(1 - \frac{(M_{H_2} + M_{H_2^0})^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_{H_2} - M_{H_2^0})^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (5.39)$$

(c). *Dcaimiento* $V^\mp \mapsto H_2^\mp H_3^0$

$$\begin{aligned} \Gamma_{V^\mp \rightarrow H_2^\mp H_3^0} &= \frac{e^2}{384\pi M_V} \frac{1}{s_w^2} \frac{v_\rho^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \times \\ &\left(M_V^2 - 2M_{H_2}^2 - 2M_{H_3^0}^2 + \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2} + \frac{M_{H_3^0}^4}{M_V^2} - 2\frac{M_{H_2}^2 M_{H_3^0}^2}{M_V^2} \right) \\ &\left[\left(1 - \frac{(M_{H_2} + M_{H_3^0})^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_{H_2} - M_{H_3^0})^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (5.40)$$

Dcaimiento de V^\mp en $H^{\mp\mp}$ y H_1^\pm

■ *Diagrama de Feynman:*

En esta sección estudiamos el decaimiento del bosón V^\mp en los bosos-

nes de Higgs cargados $H^{\mp\mp}$ y H_1^\pm , y para ello calculamos la amplitud y anchura del proceso. Iniciamos representando el decaimiento en un diagrama de Feynman; tal como se muestra en la Fig. 5.5, donde p , k y q son los 4-momentos de V^\mp , $H^{\mp\mp}$ y H_1^\pm , respectivamente.

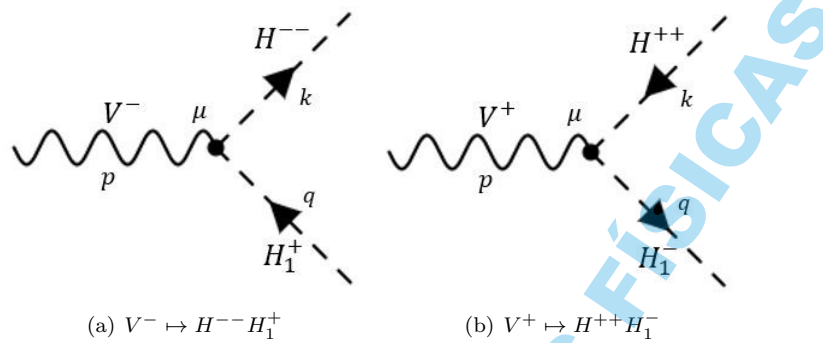


Figura 5.5: Diagrama de Feynman para el decaimiento $V^\mp \mapsto H^{\mp\mp} H_1^\pm$

■ Amplitud:

Por las reglas de Feynman, se puede mostrar que la amplitud invariante y su adjunta, asociado a este diagrama y por ende al decaimiento, vienen dadas mediante

$$\mathcal{M} = \epsilon^\mu(p, \lambda) \left[-\frac{e}{2\sqrt{2}} C_{V^\mp H^{\mp\mp} H_1^\pm} (-k - q)_\mu \right]$$

$$\mathcal{M}^\dagger = \left[-\frac{e}{2\sqrt{2}} C_{V^\mp H^{\mp\mp} H_1^\pm}^\dagger (-k - q)_\nu \right] \epsilon^{\nu*}(p, \lambda)$$

donde; λ representa la proyección del espín de V^\mp y además, se define la constante

$$C_{V^\mp H^{\mp\mp} H_1^\pm} = \frac{1}{s_w v_w} \frac{v_\rho v_\chi}{\sqrt{v_\eta^2 + v_\chi^2}}$$

■ Amplitud Promedio:

A partir de la amplitud \mathcal{M} y \mathcal{M}^\dagger , se sigue que el cuadrado de la amplitud toma la forma siguiente:

$$|\mathcal{M}|^2 = \left| C_{V^\mp H^{\mp\mp} H_1^\pm} \right|^2 \frac{e^2}{8} (-k - q)_\nu \epsilon^{\nu*}(p, \lambda) \epsilon^\mu(p, \lambda) (-k - q)_\mu$$

La amplitud invariante promedio es

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{V^\mp H^{\mp\mp} H_1^\pm} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left(\sum_\lambda \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\nu*}(p, \lambda) \right) \times (-k - q)_\nu (-k - q)_\mu \quad (5.41)$$

Esto aún se puede simplificar. Aprovechando la relación de completitud la expresión anterior resulta ser:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{V^\mp H^{\mp\mp} H_1^\pm} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left(-\eta^{\mu\nu} + \frac{p^\mu p^\nu}{M_V^2} \right) (k+q)_\nu (k+q)_\mu$$

De la propiedad de subida y bajada de índices y por conservación del 4-momento

$$(k+q)^2 = (k+q)_\mu (k+q)_\nu \eta^{\nu\mu}, \quad p = k+q$$

Sustituyendo

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \left| C_{V^\mp H^{\mp\mp} H_1^\pm} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left(-(k+q)^2 + \frac{p^\mu p^\nu}{M_V^2} p_\nu p_\mu \right) \\ &= \left| C_{V^\mp H^{\mp\mp} H_1^\pm} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left(-p^2 + \frac{p^2 p^2}{M_V^2} \right) \end{aligned}$$

Finalmente, de la ecuación relativista de energía-momento se tiene

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{V^\mp H^{\mp\mp} H_1^\pm} \right|^2 \frac{e^2}{24} \left(-M_V^2 + \frac{M_V^4}{M_V^2} \right)$$

Por consiguiente, la amplitud invariante promedio asociado al decaimiento del bosón de calibre V^\mp en los bosones de Higgs $H^{\mp\mp}$ y H_1^\pm es igual a:

$$\boxed{\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp H^{\mp\mp} H_1^\pm} = 0} \quad (5.42)$$

Esto implica que tal decaimiento es del cero probable que suceda.

5.2.2. Decaimiento en Bosones de Higgs y de Calibre

Decaimiento de V^\mp en H_2^\mp y Z

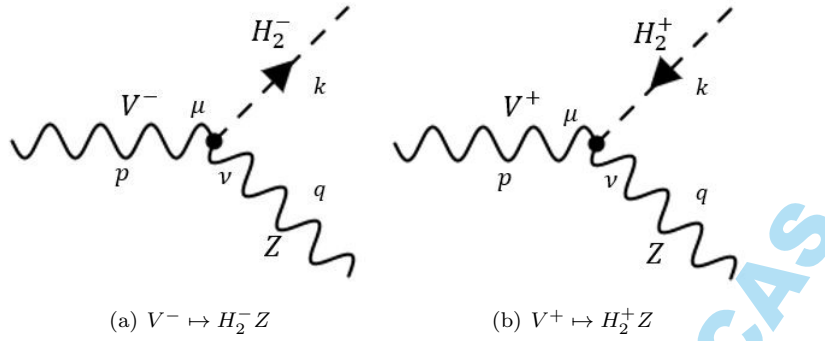
- Diagrama de Feynman:

El diagrama de Feynman para el decaimiento del bosón V^\mp en los bosones H_2^\mp y Z es el que se muestra en la Fig.5.6. Aquí; p , k y q representan los 4-momentos de V^\mp , H_2^\mp y Z , respectivamente.

- Amplitud:

Como es usual, la amplitud de este proceso de decaimiento obtenida a partir de las reglas de Feynman descritas en la sección 3.2 toma la forma Siguiente:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\nu*}(q, \lambda') \left[i \frac{e^2}{\sqrt{2}} C_{V^\mp H_2^\mp Z} \eta_{\mu\nu} \right] \\ \mathcal{M}^\dagger &= \epsilon^\beta(q, \lambda') \epsilon^{\gamma*}(p, \lambda) \left[-i \frac{e^2}{\sqrt{2}} C_{V^\mp H_2^\mp Z}^\dagger \eta_{\gamma\beta} \right] \end{aligned}$$

Figura 5.6: Diagrama de feynman para el decaimiento $V^\mp \mapsto H_2^\mp Z$

donde; λ y λ' representan las proyecciones de espín de V^\mp y Z , respectivamente. Además, se define la constante

$$C_{V^\mp H_2^\mp Z} = \frac{1 + s_w^2}{s_w^2 c_w} \frac{v_\rho v_\chi}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}}$$

■ Amplitud Promedio:

A partir de la amplitud \mathcal{M} y su adjunta \mathcal{M}^\dagger se puede mostrar lo siguiente:

$$|\mathcal{M}|^2 = \left| C_{V^\mp H_2^\mp Z} \right|^2 \frac{e^4}{2} \epsilon^\beta(q, \lambda') \epsilon^{\gamma*}(p, \lambda) \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\nu*}(q, \lambda') \eta_{\mu\nu} \eta_{\gamma\beta}$$

Por consiguiente; con $s_i = 1$ y $\sum s_f = 1$, la amplitud promedio de V^\pm en este decaimiento es

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{\sum s_f}{2s_i + 1} \sum_{\lambda, \lambda'} |\mathcal{M}|^2$$

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{V^\mp H_2^\mp Z} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(\sum_\lambda \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\gamma*}(p, \lambda) \right) \times \left(\sum_{\lambda'} \epsilon^\beta(q, \lambda') \epsilon^{\nu*}(q, \lambda') \right) \eta_{\mu\nu} \eta_{\gamma\beta} \quad (5.43)$$

De las relaciones de completitud

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{V^\mp H_2^\mp Z} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(-\eta^{\mu\gamma} + \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} \right) \left(-\eta^{\beta\nu} + \frac{q^\beta q^\nu}{M_Z^2} \right) \eta_{\mu\nu} \eta_{\gamma\beta}$$

Teniendo en cuenta los resultados siguientes

$$\eta^{\mu\gamma} \eta_{\mu\nu} = \delta_\nu^\gamma, \quad q^2 = q_\beta q^\beta, \quad p \cdot q = p_\mu q^\mu$$

entonces

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \left| C_{V^\mp H_2^\mp Z} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(\delta_\nu^\gamma \delta_\gamma^\nu - \frac{q^\beta q^\nu \delta_\nu^\gamma \eta_{\gamma\beta}}{M_Z^2} - \frac{p^\mu p^\gamma \delta_\mu^\beta \eta_{\gamma\beta}}{M_V^2} + \frac{p^\mu p_\beta q^\beta q_\mu}{M_V^2 M_Z^2} \right) \\ &= \left| C_{V^\mp H_2^\mp Z} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(4 - \frac{q^\beta q_\beta}{M_Z^2} - \frac{p^\mu p_\mu}{M_V^2} + \frac{p^\mu q_\mu p_\beta q^\beta}{M_V^2 M_Z^2} \right) \\ &= \left| C_{V^\mp H_2^\mp Z} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(4 - \frac{q^2}{M_Z^2} - \frac{p^2}{M_V^2} + \frac{(p \cdot q)(p \cdot q)}{M_V^2 M_Z^2} \right) \end{aligned}$$

De la ecuación relativista de energía-momento,

$$q^2 = M_Z^2, \quad k^2 = M_{H_2}^2, \quad p^2 = M_V^2 \quad (5.44)$$

donde; M_Z , M_{H_2} y M_V representan las masas de los bosones Z , H_2^\mp y V^\mp .

Sustituyendo

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \left| C_{V^\mp H_2^\mp Z} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(4 - \frac{M_Z^2}{M_Z^2} - \frac{M_V^2}{M_V^2} + \frac{(p \cdot q)^2}{M_V^2 M_Z^2} \right) \\ &= \left| C_{V^\mp H_2^\mp Z} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(2 + \frac{(p \cdot q)^2}{M_V^2 M_Z^2} \right) \end{aligned} \quad (5.45)$$

Sustituyendo la relación (5.5d) en (5.45)

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \left| C_{V^\mp H_2^\mp Z} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(2 + \frac{(p^2 + q^2 - k^2)^2}{4M_V^2 M_Z^2} \right) \\ &= \left| C_{V^\mp H_2^\mp Z} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(2 + \frac{p^4 + 2(q^2 - k^2)p^2 + q^4 + k^4 - 2k^2 q^2}{4M_V^2 M_Z^2} \right) \end{aligned}$$

Finalmente, reemplazando la relaciones de la ecuación (5.44) y de la definición de la constante C_{ZH_2V} , encontramos que la amplitud invariante promedio del decaimiento de V^\mp en H_2^\mp y Z viene dada por

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp H_2^\mp Z} = \frac{(1 + s_w^2)^2}{s_w^4 c_w^2} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \frac{e^4}{6} \mathfrak{M}_{VH_2Z} \quad (5.46)$$

Con la definición

$$\mathfrak{M}_{VH_2Z} = \frac{5}{2} + \frac{1}{4} \frac{M_V^2}{M_Z^2} + \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2}{M_Z^2} + \frac{1}{4} \frac{M_Z^2}{M_V^2} + \frac{1}{4} \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2 M_Z^2} - \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2}{M_V^2} \quad (5.47)$$

■ Anchura de Decaimiento

Para el decaimiento

$$V^\mp \mapsto H_2^\mp Z$$

la anchura parcial de decaimiento $\Gamma_{V^\mp \rightarrow H_2^\mp Z}$, de acuerdo a (5.1), viene a ser

$$\Gamma_{V^\mp \rightarrow H_2^\mp H_k^0} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_V^2} |\vec{p}| |\overline{\mathcal{M}}|_{V^\mp H_2^\mp H_k^0}^2 \quad (5.48)$$

donde

$$\begin{aligned} E_V^2 &= M_V^2 \\ d\Omega &= \sin\theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

y el momento es dado por

$$|\vec{p}| = \frac{M_V}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_{H_2} + M_Z)^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_{H_2} - M_Z)^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \quad (5.49)$$

Si sustituimos la amplitud de decaimiento (5.46) y el momento (5.49) en (5.48), se tiene que la anchura parcial $\Gamma_{V^\mp \rightarrow H_2^\mp Z}$ es expresada mediante

$$\begin{aligned} \Gamma_{V^\mp \rightarrow H_2^\mp Z} &= \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_V^2} \frac{(1 + s_w^2)^2}{s_w^4 c_w^2} \frac{v_\rho^2 v_\eta^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \frac{e^4}{6} \mathfrak{M}_{V H_2 Z} \frac{M_V}{2} \times \\ &\quad \left[\left(1 - \frac{(M_{H_2} + M_Z)^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_{H_2} - M_Z)^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned}$$

Se observa que la expresión anterior no depende de variables angulares y en consecuencia la integración solo aplica al ángulo sólido. De esto, y al sustituir el valor de $\mathfrak{M}_{V H_2 Z}$ definido en (5.47), se sigue que la anchura parcial de V^\mp en el decaimiento a H_2^\mp y Z viene a ser igual a:

$$\begin{aligned} \Gamma_{V^\mp \rightarrow H_2^\mp Z} &= \frac{e^4}{96\pi M_V} \frac{(1 + s_w^2)^2}{s_w^4 c_w^2} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \times \\ &\quad \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{4} \frac{M_V^2}{M_Z^2} + \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2}{M_Z^2} + \frac{1}{4} \frac{M_Z^2}{M_V^2} + \frac{1}{4} \frac{M_{H_2}^4}{M_V^2 M_Z^2} - \frac{1}{2} \frac{M_{H_2}^2}{M_V^2} \right) \\ &\quad \times \left[\left(1 - \frac{(M_{H_2} + M_Z)^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_{H_2} - M_Z)^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \quad (5.50) \end{aligned}$$

Decaimiento de V^\mp en H_2^\mp y γ

■ Diagrama de Feynman:

Para calcular la amplitud y anchura de decaimiento del bosón V^\mp en el bosón cargado H_2^\mp y el fotón γ iniciamos representando este

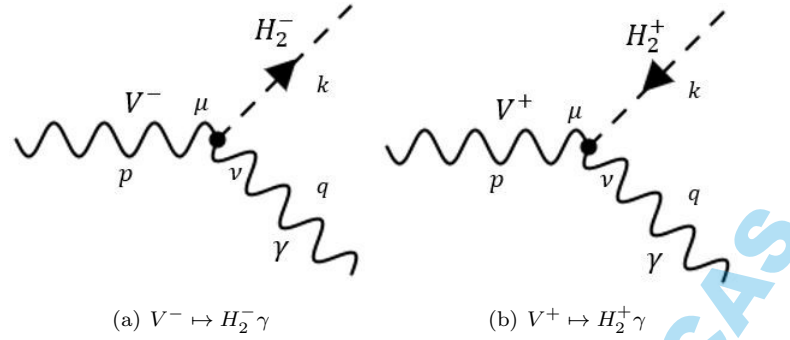


Figura 5.7: Diagrama de Feynman para el decaimiento $V^\mp \mapsto H_2^\mp \gamma$

decaimiento en un diagrama de Feynman. Si p , k y q son los 4-momentos de V^\mp , H_2^\mp y γ , entonces el diagrama de Feynman para este decaimiento es el que se muestra en la Fig.5.7.

■ Amplitud:

De acuerdo a las reglas de Feynman, descritas en la Sección 3.2, la amplitud del proceso (y su adjunta) viene dada por

$$\mathcal{M} = \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^\nu(q, \lambda') \left[-i \frac{e^2}{\sqrt{2}} C_{V^\mp H_2^\mp \gamma} \eta_{\mu\nu} \right]$$

$$\mathcal{M}^\dagger = \left[i \frac{e^2}{\sqrt{2}} C_{V^\mp H_2^\mp \gamma}^\dagger \eta_{\gamma\beta} \right] \epsilon^{\gamma*}(p, \lambda) \epsilon^{\beta*}(q, \lambda')$$

donde; λ y λ' representan las proyecciones de espín de V^\mp y γ , respectivamente, y se define la constante

$$C_{V^\mp H_2^\mp \gamma} = \frac{v_\rho v_\chi}{\sqrt{v_\rho^2 + v_\chi^2}}$$

■ Amplitud Promedio:

De la amplitud y su adjunta, se determina el cuadrado de la amplitud

$$|\mathcal{M}|^2 = \left| C_{V^\mp H_2^\mp \gamma} \right|^2 \frac{e^4}{2} \epsilon^{\gamma*}(p, \lambda) \epsilon^{\beta*}(q, \lambda') \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^\nu(q, \lambda') \eta_{\gamma\beta} \eta_{\mu\nu}$$

Con esto se puede mostrar que la amplitud promedio

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{\sum s_f}{2s_i + 1} \sum_{\lambda, \lambda'} |\mathcal{M}|^2$$

con $s_i = 1$ y $\sum s_f = 1$, resulta ser

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{V^\mp H_2^\mp \gamma} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(\sum_\lambda \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\gamma*}(p, \lambda) \right) \times \left(\sum_{\lambda'} \epsilon^\nu(q, \lambda') \epsilon^{\beta*}(q, \lambda') \right) \eta_{\gamma\beta} \eta_{\mu\nu}$$

Vemos que esta expresión se puede simplificar si recurrimos a las relaciones de completitud para partículas masivas y no masivas como el fotón,

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{V^\mp H_2^\mp \gamma} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(-\eta^{\mu\gamma} + \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} \right) \left(-\eta^{\nu\beta} \right) \eta_{\gamma\beta} \eta_{\mu\nu}$$

Recordando

$$\eta^{\nu\beta} \eta_{\gamma\beta} = \delta_\gamma^\nu, \quad p_\nu = p^\beta \eta_{\nu\beta}, \quad \delta_\beta^\mu \delta_\mu^\beta = 4$$

Entonces

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \left| C_{V^\mp H_2^\mp \gamma} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(\delta_\beta^\mu \delta_\mu^\beta - \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} \delta_\gamma^\nu \eta_{\mu\nu} \right) \\ &= \left| C_{V^\mp H_2^\mp \gamma} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(4 - \frac{p^\mu p_\mu}{M_V^2} \right) \end{aligned}$$

Finalmente, de la definición de p^2 y por la ecuación relativista de energía-momento

$$p^2 = p_\nu p^\nu, \quad p^2 = M_V^2$$

En consecuencia

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \left| C_{V^\mp H_2^\mp \gamma} \right|^2 \frac{e^4}{6} \left(4 - \frac{M_V^2}{M_V^2} \right)$$

De esto concluimos que la amplitud invariante promedio asociado al proceso de decaimiento de V^\mp en H_2^\mp y γ es igual a:

$$\boxed{\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp H_2^\mp \gamma} = \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \frac{e^4}{2}} \quad (5.51)$$

Nota: Aquí se sustituyó el valor de la constante $C_{V^\mp H_2^\mp \gamma}$.

■ Anchura de Decaimiento

Para el decaimiento

$$V^\mp \mapsto H_2^\mp \gamma$$

de (5.1), se deriva que la anchura parcial $\Gamma_{V^\mp \rightarrow H_2^\mp \gamma}$ viene dada por

$$\Gamma_{V^\mp \rightarrow H_2^\mp H_k^0} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 E_V^2} |\vec{p}| |\overline{\mathcal{M}}|_{V^\mp H_2^\mp \gamma}^2 \quad (5.52)$$

donde

$$\begin{aligned} E_V^2 &= M_V^2 \\ d\Omega &= \sin\theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

y de acuerdo a (4.3),

$$|\vec{p}| = \frac{M_V^2 - M_{H_2}^2}{2M_V} \quad (5.53)$$

Al sustituir la amplitud promedio de decaimiento (5.51) y el momento (5.53) en (5.52), se obtiene lo siguiente:

$$\Gamma_{V^\mp \rightarrow H_2^\mp \gamma} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_V^2} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} \frac{e^4}{4} \left(\frac{M_V^2 - M_{H_2}^2}{M_V} \right)$$

de donde, luego de integrar sobre el ángulo sólido, se obtiene que la anchura parcial de V^\mp por el decaimiento al bosón de Higgs cargado H_2^\mp y al fotón γ es igual a:

$$\Gamma_{V^\mp \rightarrow H_2^\mp \gamma} = \frac{e^4}{32\pi M_V^3} \frac{v_\rho^2 v_\chi^2}{v_\rho^2 + v_\chi^2} (M_V^2 - M_{H_2}^2) \quad (5.54)$$

5.2.3. Decaimiento en Bosones de Calibre

Decaimiento de V^\mp en W^\mp y γ

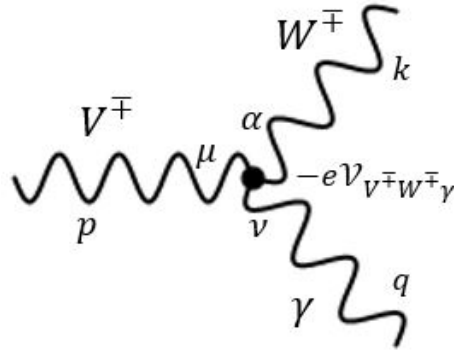
- Diagrama de Feynman:

Presentamos el decaimiento de V^\mp en W^\mp y el fotón γ . El diagrama de Feynman que representa este decaimiento es el que se muestra en la Fig.5.8; donde p , k y q son los 4-momentos de V^\mp , W^\mp y γ , respectivamente.

- Amplitud:

De las reglas de Feynman descritas en la sección 3.2 se deriva la amplitud del proceso de decaimiento

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= -e\epsilon^\mu(p, \lambda)\epsilon^{\nu*}(q, \lambda')(\mathcal{V}_{V^\mp W^\mp \gamma})_{\mu\alpha\nu}\epsilon^{\alpha*}(k, \sigma) \\ \mathcal{M}^\dagger &= -e\epsilon^\delta(k, \sigma)(\mathcal{V}_{V^\mp W^\mp \gamma})_{\gamma\delta\beta}^\dagger\epsilon^{\gamma*}(p, \lambda)\epsilon^\beta(q, \lambda') \end{aligned}$$

Figura 5.8: Diagrama de Feynman para el decaimiento $V^\pm \mapsto W^\pm \gamma$

donde

$$\begin{aligned} (\mathcal{V}_{V^\pm W^\pm \gamma})_{\mu\alpha\nu} &= (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} + (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} - (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} \\ (\mathcal{V}_{V^\pm W^\pm \gamma})_{\gamma\delta\beta} &= (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} + (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} - (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \end{aligned}$$

■ Amplitud Promedio:

Sustituyendo, se encuentra que el cuadrado de la amplitud resulta ser:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= e^2 \epsilon^\delta(k, \sigma) \epsilon^{\gamma*}(p, \lambda) \epsilon^\beta(q, \lambda') \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\nu*}(q, \lambda') \epsilon^{\alpha*}(k, \sigma) \times \\ &\quad \left((p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} + (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} - (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} \right) \times \\ &\quad \left((p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} + (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} - (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \right) \end{aligned}$$

De esto, la amplitud promedio

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{\sum s_f}{2s_i + 1} \sum_{\sigma, \lambda, \lambda'} |\mathcal{M}|^2$$

con $s_i = 1$ y $\sum s_f = 2$, resulta ser

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \frac{2e^2}{3} \sum_{\sigma} \epsilon^\delta(k, \sigma) \epsilon^{\alpha*}(k, \sigma) \times \\ &\quad \sum_{\lambda} \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\gamma*}(p, \lambda) \sum_{\lambda'} \epsilon^\beta(q, \lambda') \epsilon^{\nu*}(q, \lambda') \times \\ &\quad \left((p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} + (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} - (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} \right) \times \\ &\quad \left((p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} + (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} - (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \right) \end{aligned}$$

Por completitud

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{2e^2}{3} \left(-\eta^{\delta\alpha} + \frac{k^\delta k^\alpha}{M_W^2} \right) \left(-\eta^{\mu\gamma} + \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} \right) \left(-\eta^{\beta\nu} \right) \times \\ \left[(p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} + (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} - (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} \right] \times \\ \left[(p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} + (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} - (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \right]$$

desarrollando

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{2e^2}{3} \left(\eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} - \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \right) \left(-\eta^{\mu\gamma} + \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} \right) \times \\ \left[(p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} + (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \right. \\ \left. - (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} + (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \right. \\ \left. + (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} - (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \right. \\ \left. - (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} - (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \right. \\ \left. + (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \right]$$

Si se definen los tensores

$$T^{\delta\alpha\beta\nu} = \eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} - \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2}, \quad Q^{\mu\gamma} = -\eta^{\mu\gamma} + \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2}$$

Entonces la amplitud viene dada por

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{2e^2}{3} \left(\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 - \mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_4 + \mathcal{R}_5 - \mathcal{R}_6 - \mathcal{R}_7 - \mathcal{R}_8 + \mathcal{R}_9 \right) \quad (5.55)$$

Con la definición

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_1 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \\ \mathcal{R}_2 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \\ \mathcal{R}_3 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \\ \mathcal{R}_4 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \\ \mathcal{R}_5 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \\ \mathcal{R}_6 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \\ \mathcal{R}_7 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \\ \mathcal{R}_8 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \\ \mathcal{R}_9 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \end{aligned}$$

En el Apéndice D se evalúa cada uno de estos términos y como resultado se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{R}_1 &= -\frac{11}{2}M_V^2 - \frac{11}{2}M_W^2 - \frac{1}{2}\frac{M_W^4}{M_V^2} - \frac{1}{2}\frac{M_V^4}{M_W^2} \\
 \mathcal{R}_2 &= -\frac{1}{4}M_V^2 - \frac{1}{4}M_W^2 + \frac{1}{4}\frac{M_W^4}{M_V^2} + \frac{1}{4}\frac{M_V^4}{M_W^2} \\
 \mathcal{R}_3 &= \frac{1}{4}M_V^2 + \frac{1}{4}M_W^2 - \frac{1}{4}\frac{M_W^4}{M_V^2} - \frac{1}{4}\frac{M_V^4}{M_W^2} \\
 \mathcal{R}_4 &= -\frac{1}{4}M_V^2 - \frac{1}{4}M_W^2 + \frac{1}{4}\frac{M_W^4}{M_V^2} + \frac{1}{4}\frac{M_V^4}{M_W^2} \\
 \mathcal{R}_5 &= 3\frac{M_W^4}{M_V^2} + 3M_V^2 - 6M_W^2 \\
 \mathcal{R}_6 &= \frac{1}{2}\frac{M_W^4}{M_V^2} + \frac{1}{2}\frac{M_V^4}{M_W^2} - \frac{1}{2}M_V^2 - \frac{1}{2}M_W^2 \\
 \mathcal{R}_7 &= \frac{1}{4}M_W^2 + \frac{1}{4}M_V^2 - \frac{1}{4}\frac{M_W^4}{M_V^2} - \frac{1}{4}\frac{M_V^4}{M_W^2} \\
 \mathcal{R}_8 &= -\frac{1}{2}M_V^2 - \frac{1}{2}M_W^2 + \frac{1}{2}\frac{M_W^4}{M_V^2} + \frac{1}{2}\frac{M_V^4}{M_W^2} \\
 \mathcal{R}_9 &= 3M_W^2 - 6M_V^2 + 3\frac{M_V^4}{M_W^2}
 \end{aligned}$$

Al sustituir estos resultados en la amplitud promedio (5.55), se obtiene:

$$\boxed{|\overline{\mathcal{M}}|^2_{V^\mp W^\mp \gamma} = \frac{2e^2}{3} \left(-\frac{17}{2}M_V^2 - \frac{17}{2}M_W^2 + \frac{5}{2}\frac{M_W^4}{M_V^2} + \frac{5}{2}\frac{M_V^4}{M_W^2} \right)} \quad (5.57)$$

■ Anchura de Decaimiento

Para el decaimiento

$$V^\mp \mapsto W^\mp \gamma$$

de (5.1), se deriva que la anchura parcial $\Gamma_{V^\mp \mapsto W^\mp \gamma}$ viene dada por

$$\Gamma_{V^\mp \mapsto W^\mp \gamma} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 E_V^2} |\vec{p}| |\overline{\mathcal{M}}|^2_{V^\mp W^\mp \gamma} \quad (5.58)$$

donde

$$\begin{aligned}
 E_V^2 &= M_V^2 \\
 d\Omega &= \sin\theta d\theta d\varphi
 \end{aligned}$$

y de acuerdo a (4.3),

$$|\vec{p}| = \frac{M_V^2 - M_W^2}{2M_V} \quad (5.59)$$

Como la amplitud promedio de decaimiento $|\overline{\mathcal{M}}|_{V^\mp W^\mp \gamma}^2$ y el momento (5.59) no dependen de variables angulares, entonces la integración en (5.58) resulta ser

$$\Gamma_{V^\mp \rightarrow W^\mp \gamma} = \frac{|\overline{\mathcal{M}}|_{V^\mp W^\mp \gamma}^2}{32\pi^2 M_V^2} \left(\frac{M_V^2 - M_{H_2}^2}{2M_V} \right) \int_{\Omega} d\Omega$$

luego de integrar sobre el ángulo sólido y sustituir la amplitud promedio (5.57), se obtiene que la anchura parcial de V^\mp por el decaimiento al bosón de Calibre W^\mp y al fotón γ es igual a:

$$\Gamma_{V^\mp \rightarrow W^\mp \gamma} = \frac{e^2}{12\pi M_V^3} (M_V^2 - M_{H_2}^2) \times \left(-\frac{17}{2} M_V^2 - \frac{17}{2} M_W^2 + \frac{5}{2} \frac{M_W^4}{M_V^2} + \frac{5}{2} \frac{M_V^4}{M_W^2} \right) \quad (5.60)$$

Decaimiento de V^\pm en W^\pm y $U^{\mp\mp}$

■ Diagrama de Feynman:

A continuación se estudia el decaimiento de V^\mp en los bosones de Calibre W^\pm y $U^{\mp\mp}$. El diagrama de Feynman que representa este decaimiento es el que se muestra en la Fig.5.9; donde p , k y q son los 4-momentos de los bosones V^\mp , W^\pm y $U^{\mp\mp}$, respectivamente.

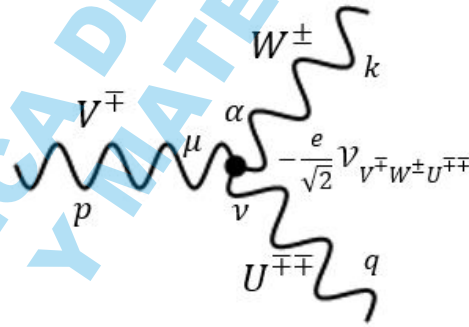


Figura 5.9: Diagrama de Feynman para el decaimiento $V^\mp \mapsto W^\pm U^{\mp\mp}$

■ Amplitud:

Por las reglas de Feynman, la amplitud del proceso de decaimiento viene dada por

$$\mathcal{M} = -\frac{e}{s_w \sqrt{2}} \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\nu*}(q, \lambda') (\mathcal{V}_{V^\mp W^\pm U^{\mp\mp}})_{\mu\alpha\nu} \epsilon^{\alpha*}(k, \sigma)$$

$$\mathcal{M}^\dagger = -\frac{e}{s_w \sqrt{2}} \epsilon^\delta(k, \sigma) (\mathcal{V}_{V^\mp W^\pm U^{\mp\mp}})_{\gamma\delta\beta} \epsilon^{\gamma*}(p, \lambda) \epsilon^\delta(q, \lambda')$$

donde, se ha definido

$$\begin{aligned} (\mathcal{V}_{V^\mp W^\pm U^{\mp\mp}})_{\mu\alpha\nu} &= (p-k)_\nu \eta_{\mu\alpha} + (k+q)_\mu \eta_{\alpha\nu} - (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} \\ (\mathcal{V}_{V^\mp W^\pm U^{\mp\mp}})_{\gamma\delta\beta} &= (p-k)_\beta \eta_{\gamma\delta} + (k+q)_\gamma \eta_{\delta\beta} - (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \end{aligned}$$

■ Amplitud Promedio:

De esto, el cuadrado de la amplitud resulta ser

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{e^2}{2s_w^2} \epsilon^\delta(k, \sigma) \epsilon^{\gamma*}(p, \lambda) \epsilon^\delta(q, \lambda') \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\nu*}(q, \lambda') \epsilon^{\alpha*}(k, \sigma) \times \\ &\quad \left((p-k)_\nu \eta_{\mu\alpha} + (k+q)_\mu \eta_{\alpha\nu} - (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} \right) \times \\ &\quad \left((p-k)_\beta \eta_{\gamma\delta} + (k+q)_\gamma \eta_{\delta\beta} - (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \right) \end{aligned}$$

Por consiguiente, la amplitud promedio

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{\sum s_f}{2s_i + 1} \sum_{\sigma, \lambda, \lambda'} |\mathcal{M}|^2$$

con $s_i = 1$ y $\sum s_f = 2$, toma la forma siguiente

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|^2} &= \frac{e^2}{3s_w^2} \sum_{\sigma} \epsilon^\delta(k, \sigma) \epsilon^{\alpha*}(k, \sigma) \times \\ &\quad \sum_{\lambda} \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\gamma*}(p, \lambda) \sum_{\lambda'} \epsilon^\beta(q, \lambda') \epsilon^{\nu*}(q, \lambda') \times \\ &\quad \left((p-k)_\mu \eta_{\nu\alpha} + (k+q)_\nu \eta_{\alpha\mu} - (q+p)_\alpha \eta_{\mu\nu} \right) \times \\ &\quad \left((p-k)_\delta \eta_{\gamma\beta} + (k+q)_\gamma \eta_{\beta\delta} - (q+p)_\beta \eta_{\delta\gamma} \right) \end{aligned}$$

Para desarrollar esta expresión se sigue el procedimiento que se hizo en la Sección 5.2.3 con la diferencia de que para este caso hay que tener en cuenta $q^2 = M_U^2$. Por consiguiente, la amplitud invariante promedio para el proceso de decaimiento $V^\mp \mapsto W^\pm U^{\mp\mp}$ viene dada por

$$\boxed{\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp W^\pm U^{\mp\mp}} = \frac{e^2}{3s_w^2} \mathfrak{M}_{VWU}} \quad (5.61)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_{VWU} = & \frac{1}{4} \frac{M_V^6}{M_U^2 M_W^2} + \frac{1}{4} \frac{M_W^6}{M_V^2 M_U^2} + \frac{1}{4} \frac{M_U^6}{M_V^2 M_W^2} - \frac{9}{2} \frac{M_V^2 M_U^2}{M_W^2} \\ & + \frac{3}{2} \frac{M_V^2 M_W^2}{M_U^2} + \frac{3}{2} \frac{M_W^2 M_U^2}{M_V^2} - \frac{M_U^4}{M_V^2} - \frac{M_W^4}{M_U^2} + 2 \frac{M_U^4}{M_W^2} \\ & + 2 \frac{M_V^4}{M_W^2} - \frac{M_V^4}{M_U^2} - \frac{M_W^4}{M_V^2} - 5M_V^2 + 4M_W^2 - 5M_U^2 \end{aligned} \quad (5.62)$$

M_W , M_V y M_U son las masas de los bosones de Calibre W^\pm , V^\mp y $U^{\mp\mp}$, respectivamente.

■ Anchura de Decaimiento

Para el decaimiento

$$V^\mp \mapsto W^\pm U^{\mp\mp}$$

La anchura parcial $\Gamma_{V^\mp \mapsto W^\pm U^{\mp\mp}}$ viene dada por

$$\Gamma_{V^\mp \mapsto W^\pm U^{\mp\mp}} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 E_V^2} |\vec{p}| |\overline{\mathcal{M}}|_{V^\mp W^\pm \gamma}^2 \quad (5.63)$$

donde

$$\begin{aligned} E_V^2 &= M_V^2 \\ d\Omega &= \text{sen}\theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

y de acuerdo a (4.3), el momento $|\vec{p}|$, correspondiente a este decaimiento viene dado por

$$|\vec{p}| = \frac{M_V}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_W + M_U)^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_W - M_U)^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \quad (5.64)$$

Al sustituir la amplitud (5.61) y el momento (5.64) en (5.58) se obtiene

$$\begin{aligned} \Gamma_{V^\mp \mapsto W^\pm U^{\mp\mp}} = & \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_V^2} \frac{e^2}{6s_w^2} \mathfrak{M}_{VWU} M_V \times \\ & \left[\left(1 - \frac{(M_W + M_U)^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_W - M_U)^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned}$$

y luego de integrar sobre el ángulo sólido y sustituir el término de masas (5.62), se sigue que la anchura parcial de V^\mp por el decaimiento

miento a los bosones de Calibre W^\pm y $U^{\mp\mp}$ es igual a:

$$\Gamma_{V^\mp \rightarrow W^\pm U^{\mp\mp}} = \frac{e^2}{48\pi M_V s_w^2} \times \left(\frac{1}{4} \frac{M_V^6}{M_U^2 M_W^2} + \frac{1}{4} \frac{M_W^6}{M_V^2 M_U^2} + \frac{1}{4} \frac{M_U^6}{M_V^2 M_W^2} - \frac{9}{2} \frac{M_V^2 M_U^2}{M_W^2} - \frac{M_W^4}{M_U^2} + \frac{3}{2} \frac{M_V^2 M_W^2}{M_U^2} + \frac{3}{2} \frac{M_W^2 M_U^2}{M_V^2} - \frac{M_U^4}{M_V^2} + 2 \frac{M_U^4}{M_W^2} + 2 \frac{M_V^4}{M_W^2} - \frac{M_V^4}{M_U^2} - \frac{M_W^4}{M_V^2} - 5M_V^2 + 4M_W^2 - 5M_U^2 \right) \times \left[\left(1 - \frac{(M_W + M_U)^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_W - M_U)^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \quad (5.65)$$

Decaimiento de V^\mp en W^\mp y Z

- Diagrama de Feynman:

A continuación se estudia el decaimiento de V^\mp en los bosones de Calibre W^\mp y Z . El diagrama de Feynman que representa este decaimiento es el que se muestra en la Fig.5.10; donde p , k y q son los 4-momentos de los bosones V^\mp , W^\pm y $U^{\mp\mp}$, respectivamente.

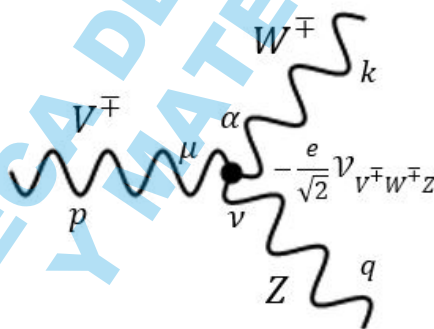


Figura 5.10: Diagrama de Feynman para el decaimiento $V^\mp \mapsto W^\mp Z$

- Amplitud:

Por las reglas de Feynman se deriva la amplitud del proceso de decaimiento

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= e t_w \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\nu*}(q, \lambda') (\mathcal{V}_{V^\mp W^\mp Z})_{\mu\alpha\nu} \epsilon^{\alpha*}(k, \sigma) \\ \mathcal{M}^\dagger &= e t_w \epsilon^\delta(k, \sigma) (\mathcal{V}_{V^\mp W^\mp Z})_{\gamma\beta\delta}^\dagger \epsilon^{\gamma*}(p, \lambda) \epsilon^\beta(q, \lambda') \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}(\mathcal{V}_{V^\mp W^\mp Z})_{\mu\alpha\nu} &= (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} + (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} - (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} \\(\mathcal{V}_{V^\mp W^\mp Z})_{\gamma\delta\beta} &= (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} + (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} - (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \\t_w^2 &= \frac{s_w^2}{1-4s_w^2}\end{aligned}$$

■ Amplitud Promedio:

De la ecuación anterior, el cuadrado de la amplitud es

$$\begin{aligned}|\mathcal{M}|^2 &= e^2 t_w^2 \epsilon^\delta(k, \sigma) \epsilon^{\gamma*}(p, \lambda) \epsilon^\beta(q, \lambda') \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\nu*}(q, \lambda') \epsilon^{\alpha*}(k, \sigma) \times \\&\quad \left((p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} + (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} - (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} \right) \times \\&\quad \left((p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} + (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} - (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \right)\end{aligned}$$

De esto

$$\begin{aligned}\overline{|\mathcal{M}|^2} &= \frac{2e^2 t_w^2}{3} \sum_\sigma \epsilon^\delta(k, \sigma) \epsilon^{\alpha*}(k, \sigma) \times \\&\quad \sum_\lambda \epsilon^\mu(p, \lambda) \epsilon^{\gamma*}(p, \lambda) \sum_{\lambda'} \epsilon^\beta(q, \lambda') \epsilon^{\nu*}(q, \lambda') \times \\&\quad \left((p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} + (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} - (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} \right) \times \\&\quad \left((p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} + (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} - (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \right)\end{aligned}$$

Siguiendo el mismo procedimiento realizado en la Sección (5.2.3), la amplitud invariante promedio para el proceso $V^\mp \mapsto W^\mp Z$, viene dada por:

$$\boxed{\overline{|\mathcal{M}|^2}_{V^\mp W^\mp Z} = \frac{2e^2 t_w^2}{3} \mathfrak{M}_{VWZ}} \quad (5.66)$$

donde

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}_{VWZ} &= \frac{1}{4} \frac{M_V^6}{M_Z^2 M_W^2} + \frac{1}{4} \frac{M_W^6}{M_V^2 M_Z^2} + \frac{1}{4} \frac{M_Z^6}{M_V^2 M_W^2} - \frac{9}{2} \frac{M_V^2 M_Z^2}{M_W^2} \\&\quad - \frac{9}{2} \frac{M_V^2 M_W^2}{M_Z^2} - \frac{9}{2} \frac{M_W^2 M_Z^2}{M_V^2} + 2 \frac{M_Z^4}{M_V^2} + 2 \frac{M_V^4}{M_W^2} + 2 \frac{M_V^4}{M_Z^2} \\&\quad + 2 \frac{M_W^4}{M_V^2} + 2 \frac{M_W^4}{M_Z^2} + 2 \frac{M_Z^4}{M_W^2} - 8M_V^2 - 8M_W^2 - 8M_Z^2\end{aligned} \quad (5.67)$$

M_W , M_V y M_Z son las masas de los bosones de Calibre W^\mp , V^\mp y Z , respectivamente.

■ Anchura de Decaimiento

Para el decaimiento

$$V^\mp \mapsto W^\mp Z$$

la anchura parcial $\Gamma_{V^\mp \mapsto W^\mp Z}$ viene dada por

$$\Gamma_{V^\mp \mapsto W^\pm Z^\mp} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 E_V^2} |\vec{p}| |\overline{\mathcal{M}}|_{V^\mp W^\mp Z}^2 \quad (5.68)$$

donde

$$\begin{aligned} E_V^2 &= M_V^2 \\ d\Omega &= \sin\theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

y por (4.3),

$$|\vec{p}| = \frac{M_V}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_W + M_Z)^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_W - M_Z)^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \quad (5.69)$$

Sustituyendo la amplitud (5.66) y el momento (5.69) en (5.68)

$$\begin{aligned} \Gamma_{V^\mp \mapsto W^\mp Z} &= \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{32\pi^2 M_V^2} \frac{2e^2 t_w^2}{3} \mathfrak{M}_{VWZ} \frac{M_V}{2} \times \\ &\quad \left[\left(1 - \frac{(M_W + M_Z)^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_W - M_Z)^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned}$$

y luego de integrar sobre el ángulo sólido y sustituir el término de masas (5.67), se sigue que la anchura parcial de V^\mp por el decaimiento a los bosones de Calibre W^\mp y Z es igual a:

$$\begin{aligned} \Gamma_{V^\mp \mapsto W^\mp Z} &= \frac{e^2 t_w^2}{24\pi M_V} \times \\ &\quad \left(\frac{1}{4} \frac{M_V^6}{M_Z^2 M_W^2} + \frac{1}{4} \frac{M_W^6}{M_V^2 M_Z^2} + \frac{1}{4} \frac{M_Z^6}{M_V^2 M_W^2} - \frac{9}{2} \frac{M_V^2 M_Z^2}{M_W^2} \right. \\ &\quad - \frac{9}{2} \frac{M_V^2 M_W^2}{M_Z^2} - \frac{9}{2} \frac{M_W^2 M_Z^2}{M_V^2} + 2 \frac{M_Z^4}{M_V^2} + 2 \frac{M_V^4}{M_W^2} + 2 \frac{M_V^4}{M_Z^2} \\ &\quad \left. + 2 \frac{M_W^4}{M_V^2} + 2 \frac{M_W^4}{M_Z^2} + 2 \frac{M_Z^4}{M_W^2} - 8M_V^2 - 8M_W^2 - 8M_Z^2 \right) \times \\ &\quad \left[\left(1 - \frac{(M_W + M_U)^2}{M_V^2} \right) \left(1 - \frac{(M_W - M_U)^2}{M_V^2} \right) \right]^{1/2} \quad (5.70) \end{aligned}$$

Resultados y Conclusiones

Se presentó el Modelo 331 como una extensión de la parte electrodébil del Modelo Estándar. En el marco de este nuevo modelo, con leptones pesados, se estudió el contenido de partículas que presenta, dentro de las cuales se encuentran el bosón de Higgs cargado H_2^\pm y el bosón de calibre V^\pm , y posteriormente se analizó los decaimientos posibles de tales partículas para finalmente determinar la anchura de cada canal por el que decaen estas partículas.

Para determinar los Branching ratios de H_2^\pm y V^\pm se consideró los siguientes valores de los parámetros λ : $\lambda_1 = 0.154$; $\lambda_2 = 1.000$; $\lambda_3 = -0.025$; $\lambda_4 = 2.142$; $\lambda_5 = -1.567$; $\lambda_6 = 1.000$; $\lambda_7 = -2.000$; $\lambda_8 = -0.500$; $\lambda_9 = 0.000$. Además de los VEV's $v_\eta = 195.00$ GeV, $v_\rho = 149.97$ GeV. Estos parámetros, el respectivo valor de v_χ y otros como: $e = 0.3028$, $s_w = 0.4811$, $c_w = 0.8766$ definen el valor de las masas de las partículas que se muestran en la Tabla 6.1. El valor de la masa del bosón H_1^0 se calculó y se obtuvo 125.5 GeV, el cual no depende del valor de v_χ por ser una partícula estándar. Los valores de masa para los bosones estándar Z y W^\pm son 91.19 GeV y 80.33 GeV, respectivamente. Todos estos datos se obtuvieron bajo la aproximación $-f \simeq v_\chi$.

Tabla 6.1: Valores de Masa en GeV de las partículas utilizadas en este trabajo.

$M_{H^{\pm\pm}} = 3227.70(4035.50)$ GeV para $v_\chi = 4000(5000)$ GeV y $M_T = 2v_\chi$.

f	v_χ, M_{J_1}	M_E	M_M	$M_{H_3^0}$	M_{h^0}	$M_{H_2^0}$	M_V	M_U	$M_{Z'}$
-4000	4000	595.60	3500.02	1264.91	5756.99	4068.75	1837.72	1836.83	6830.21
-5000	5000	744.50	4375.00	1581.46	7198.47	5086.95	2296.63	2295.91	8539.47

6.1. Decaimiento del H_2^\pm

6.1. Decaimiento del H_2^\pm

En el decaimiento del Higgs H_2^\pm , con masas a partir de 1350.00 hasta 1909.32(2361.02) GeV para $v_\chi = 4.0(5.0)$ TeV, de las Figuras 6.1a y 6.1b, se observa que dependiendo de la sección eficaz el canal $H_2^\pm \mapsto E^\pm \nu_e$ da la mayor contribución para la señal. De las mismas Figuras se observa que para masas mayores o iguales que 1960.17(2411.86) GeV para el H_2^\pm , el canal más promisorio es $H_2^\pm \mapsto V^\pm Z$.

Otros canales con menor probabilidad de decaimiento, que podrían dar cierta contribución para la señal, dependiendo de la sección eficaz y de la luminosidad de la maquina serían $H_2^\pm \mapsto V^\pm \gamma$, $H_2^\pm \mapsto V^\pm Z$, $H_2^\pm \mapsto V^\pm H_1^0$.

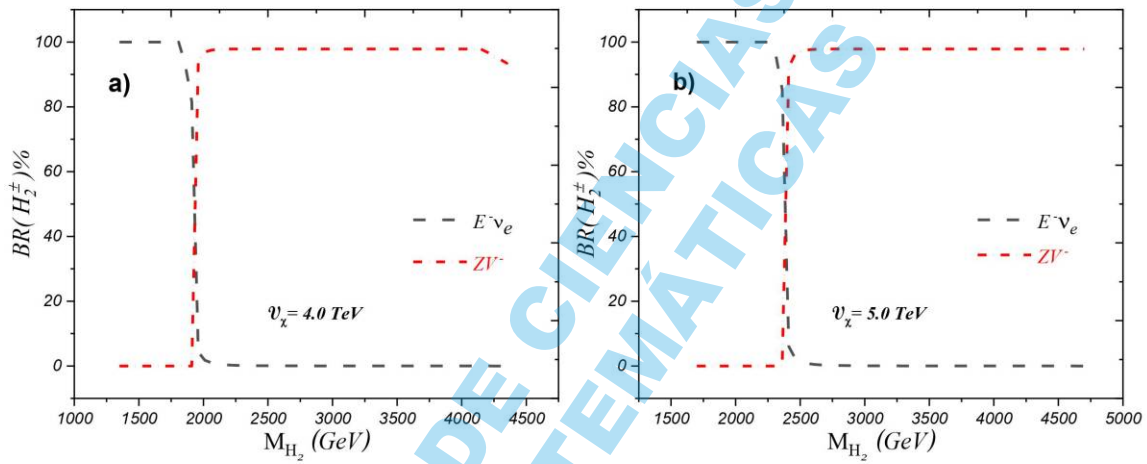


Figura 6.1: Branching Ratio de decaimiento de H_2^\pm para (a) $v_\chi = 4,0$ TeV y (b) $v_\chi = 5,0$ TeV

6.2. Decaimiento del V^\pm

El canal $V^\pm \mapsto W^\pm Z$ es el que da la mayor contribución para el decaimiento del bosón V^\pm , ver Figuras 6.2a y 6.2b, para masas del M_V a partir de 1850.00(2300.00) GeV con $v_\chi = 4.0(5.0)$ TeV.

Los canales con menor probabilidad de contribuir a la señal en el decaimiento de V^\pm serían $V^\pm \mapsto W^\pm \gamma$, $V^\pm \mapsto W^\pm Z$ y $V^\pm \mapsto W^\mp U^{\pm\pm}$.

Para determinar las anchuras totales de los bosones H_2^\pm y V^\pm , que se muestran en la Tabla 6.2 juntamente con las vida media y en la Fig.6.2 se muestran sus gráficas para $v_\chi = 5.0$ TeV, se utilizaron los resultados de las anchuras parciales desarrolladas en los capítulos 4 y 5.

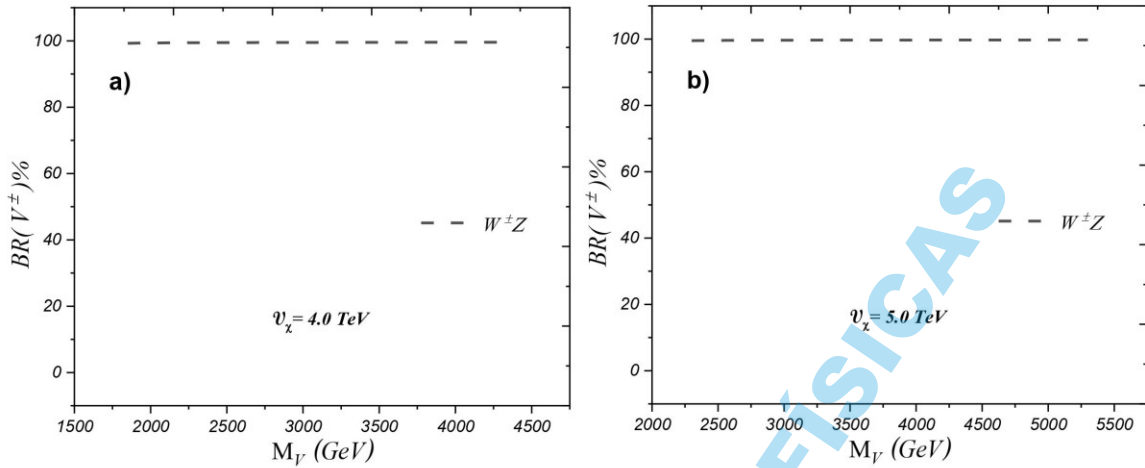


Figura 6.2: Branching Ratio de decaimiento de V^\pm para (a) $v_\chi = 4,0$ TeV y (b) $v_\chi = 5,0$ TeV

Tabla 6.2: Valores de Masa(GeV), anchura total(GeV) y tiempo de vida media(s) de los bosones H_2^\pm y V^\pm para $v_\chi = 5.0$ TeV.

v_χ	M_{H_2}	$\Gamma_{H_2^\pm}$	$\tau_{H_2^\pm}$	M_V	Γ_{V^\pm}	τ_{V^\pm}
5.0	1700.00	4.400×10^{-4}	1.50×10^{-21}	2300.00	1.169×10^6	5.63045×10^{-31}
	2208.47	6.880×10^{-4}	9.57×10^{-22}	2808.47	3.149×10^6	2.09019×10^{-31}
	2716.95	0.3946	1.67×10^{-24}	3316.95	7.207×10^6	9.13279×10^{-31}
	3225.42	3.263	2.02×10^{-25}	3825.42	14.67×10^6	4.48671×10^{-31}
	3733.90	10.10	6.52×10^{-26}	4283.05	25.77×10^6	2.55413×10^{-31}
	4191.53	20.36	3.23×10^{-26}	4791.53	45.09×10^6	1.45975×10^{-31}
	4700.00	36.93	1.78×10^{-26}	5300.00	74.59×10^6	8.82424×10^{-31}

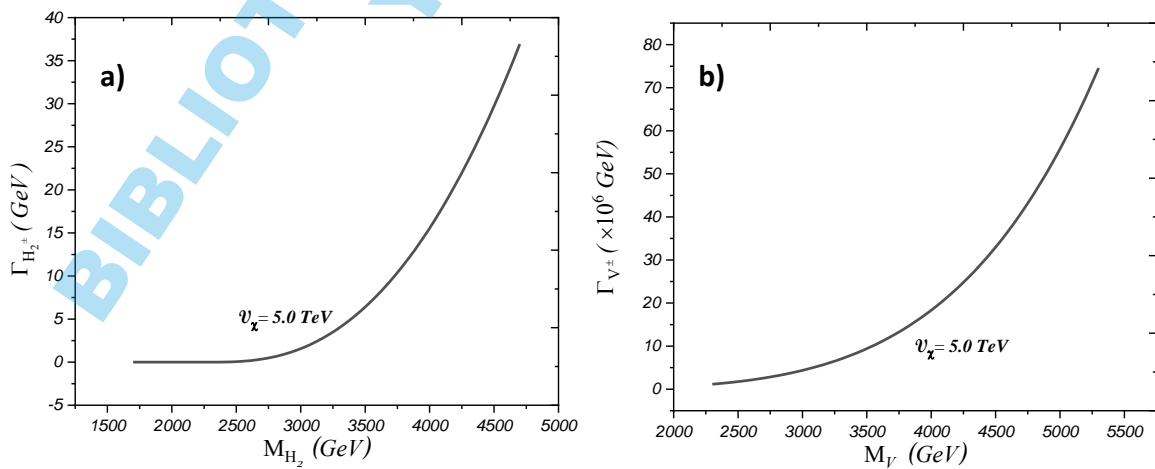


Figura 6.3: Anchura total de decaimiento de (a) H_2^\pm y (b) V^\pm para $v_\chi = 5,0$ TeV

Apéndice

**BIBLIOTECA DE CIENCIAS FÍSICAS
Y MATEMÁTICAS**

**BIBLIOTECA DE CIENCIAS FÍSICAS
Y MATEMÁTICAS**

Sobre la Notación

A.1. Unidades Naturales

Elegimos un sistema de unidades en las que constantes fundamentales de la física (La *constante de Planck* y la *velocidad de la luz*) están normalizadas, $\hbar = c = 1$. En este sistema la energía (E) y la masa (M) tienen las mismas unidades de medición MeV or GeV; mientras que la longitud y el tiempo tienen unidades inversas a las de la energía.

$$[E] = [M] = [L]^{-1} = [T]^{-1}$$

En la Tabla A.1 se muestra las equivalencias entre cantidades y constantes físicas en Unidades Naturales y Unidades del SI.

Tabla A.1: Equivalencia entre Unidades Naturales y Unidades del SI.

Cantidad	Unidades Naturales	Sistema Internacional
Longitud	1/eV de longitud	$1.9732705 \times 10^{-7} \text{m}$
Masa	1 eV de masa	$1.7826627 \times 10^{-36} \text{kg}$
Tiempo	1/eV	$6.5821220 \times 10^{-16} \text{s}$
Energía	1eV	$1.6021773 \times 10^{-19} \text{J}$
Velocidad de la Luz	1	$2.99792458 \times 10^8 \text{m/s}$
Constante de Plank	$\hbar = 1$	$1.05457266 \times 10^{-34} \text{J}\cdot\text{s}$
Permitividad del Vacío	$\epsilon_0 = 1/4\pi$	$8.854187817 \times 10^{-12} \text{F/m}$

A.2. Notación Relativista

A.2.1. 3-vectores

$$\text{Posición: } \vec{x} = (x^1, x^2, x^3), \quad \text{Momento: } \vec{p} = (p^1, p^2, p^3)$$

x^i, p^i : componentes del vector de posición y momento ¹.

A.2.2. Métrica

Elemento de línea:

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = (dx^0)^2 - (dx^i)^2$$

donde:

Componentes Covariantes

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$$

Componentes Contravariantes

$$\eta^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$$

Producto:

$$\eta_{\mu\alpha} \eta^{\alpha\nu} = \delta_\mu^\nu = \text{diag}(1, 1, 1, 1) \quad (\text{A.1})$$

donde δ_μ^ν es la función *delta de Kronecker* 4-dimensional.

Simetría:

$$\eta_{\mu\nu} = \eta_{\nu\mu}$$

A.2.3. 4-vectores

1. Posición:

a) Componentes contravariantes

$$x^\mu \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) \equiv (x^0, \vec{x})$$

b) Componentes covariantes²

$$x_\mu = \eta_{\mu\nu} x^\nu = (x^0, -\vec{x})$$

donde, en unidades naturales $x^0 = t$.

2. 4-momento :

a) Componentes:

Covariantes

$$p_\mu = (E, -\vec{p})$$

Contravariantes

$$p^\mu = (E, \vec{p})$$

¹Convención de índices: *índices latinos* toman valores 1,2,3 e *índices griegos* toman los valores 0,1,2,3.

²Convención de Einstein: índices repetidos indican suma.

donde E es la energía de una partícula de masa m y 4-momento p_μ .

b) Ecuación Relativista Energía-Momento:

Escalar de Lorentz

$$p^2 \equiv p_\mu p^\mu = E^2 - |\vec{p}|^2 \quad (\text{A.2})$$

*Ecuación de Einstein
(Partícula libre)*

$$E^2 = |\vec{p}|^2 + m^2 \quad (\text{A.3a})$$

*Condición Invariante
de Lorentz*

$$p^2 = m^2 \quad (\text{A.3b})$$

c) Norma:

En un proceso físico, la norma del 4-momento puede ser de 3 tipos [9]:

<i>Spacelike</i>	<i>Timelike</i>	<i>Null</i>
$p^2 < 0$	$p^2 > 0$	$p^2 = 0$
<i>(Para un mediador de un proceso de scattering)</i>	<i>(Para una partícula masiva física o real)</i>	<i>(Para un fotón físico o real)</i>

d) Operador 4-momento en el espacio de las coordenadas:

$$p_\mu = i\partial_\mu = (i\partial_t, i\vec{\nabla}), \quad p^\mu = i\partial^\mu = (i\partial_t, -i\vec{\nabla}) \quad (\text{A.5})$$

donde:

$$\partial_\mu \equiv (\partial_t, \vec{\nabla}) = \frac{\partial}{\partial x^\mu}, \quad \partial^\mu \equiv (\partial_t, -\vec{\nabla}) = \frac{\partial}{\partial x_\mu}$$

A.2.4. Tensor de Levi-Civita

a) 3-dimensional

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{una permutación par de } i, j, k \\ -1 & \text{una permutación impar de } i, j, k \\ 0 & \text{otro caso (2 índices repetidos)} \end{cases}$$

con $\epsilon_{123} = 1$.

b) 4-dimensional

b.1) Covariantes: $\epsilon_{\alpha\beta\mu\nu}$

b.2) Contravariantes: $\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}$

b.3) Normalización: Se elige la normalización [6]

$$\epsilon^{0123} = 1 = -\epsilon_{0123} \quad (\text{A.6})$$

de tal manera que:

$$\epsilon^{0ijk} = \epsilon_{ijk} = -\epsilon_{0ijk} \quad (\text{A.7})$$

BIBLIOTECA DE CIENCIAS FÍSICAS
Y MATEMÁTICAS



Decaimiento de dos partículas

Llamamos *decaimiento de dos partículas* al proceso en el cual una partícula a estando en el estado cuántico inicial $|i\rangle$ decae a un estado final $|f\rangle$ en el que existen dos partículas a_1 y a_2 [3].

B.1. Anchura de decaimiento Γ

Para el decaimiento de dos partículas la anchura de decaimiento Γ de la partícula a viene dado por medio de la ecuación siguiente [1]:

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi^2 M_a} \int |\mathcal{M}|^2 \delta^4(p_a - p_1 - p_2) \frac{d^3\vec{p}_1}{2E_1} \frac{d^3\vec{p}_2}{2E_2} \quad (\text{B.1})$$

donde:

- M_a (p_a) representa la masa (4-momento) de la partícula a , p_1 y p_2 (E_1 y E_2) denotan los 4-momentos (energías) de las partículas a_1 y a_2 , respectivamente.
- $|\mathcal{M}|^2$ es la amplitud del proceso de decaimiento $a \rightarrow a_1 + a_2$.
- Las componentes contravariantes del 4-momento se definen mediante

$$p^\mu = (E, \vec{p})$$

- La función *delta de Dirac* 4-dimensional, $\delta^4(p_a - p_1 - p_2)$, se puede expresar como el producto

$$\delta^4(p_a - p_1 - p_2) = \delta(E_a - E_1 - E_2) \delta^3(\vec{p}_a - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) \quad (\text{B.2})$$

- Las energías relativistas de las partículas a_1 y a_2 son expresadas en términos de su masa y su momento por

$$E_1^2 = \vec{p}_1^2 + M_1^2 \quad (\text{B.3})$$

$$E_2^2 = \vec{p}_2^2 + M_2^2 \quad (\text{B.4})$$

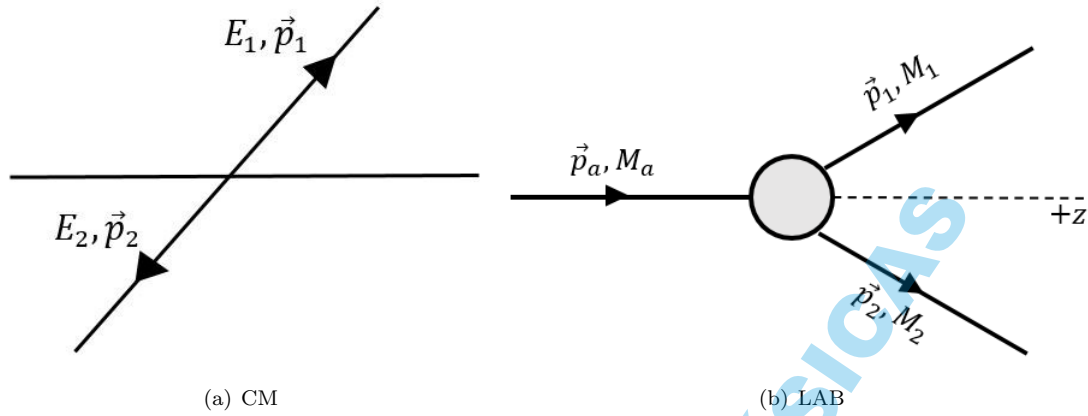


Figura B.1: Esquema del decaimiento de dos cuerpos vista desde los sistemas (a) del centro de masa - CM y (b) laboratorio - LAB.

Para simplificar la ecuación (B.1) se analiza el decaimiento de a desde el sistema del *centro de masa*, sistema en el cual la partícula a se encuentra en reposo (Fig. B.1).

Visto desde el centro de masa, donde $\vec{p}_a = 0$ y $E_a = M_a$, la función delta de Dirac 4-dimensional (B.2) viene dada por

$$\delta^4(p_a - p_1 - p_2) = \delta(M_a - E_1 - E_2)\delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$$

Aquí hemos asumido que la función delta de Dirac es una función simétrica, es decir $\delta(x) = \delta(-x)$.

Por consiguiente, la anchura de decaimiento (B.1) es re-escrita y es igual a:

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi^2 M_a} \int |\mathcal{M}|^2 \delta(M_a - E_1 - E_2)\delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) \frac{d^3\vec{p}_1}{2E_1} \frac{d^3\vec{p}_2}{2E_2} \quad (\text{B.5})$$

Para realizar la integración en (B.5) es necesario recordar la definición y las propiedades de la función delta de Dirac [5, 7].

■ Definición

Se define la función $\delta(x - x_0)$

$$\delta(x - x_0) = \begin{cases} +\infty & \text{si } x = x_0 \\ 0 & \text{si } x \neq x_0 \end{cases} \quad (\text{B.6a})$$

y satisface

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x_0) dx = 1 \quad (\text{B.6b})$$

■ Propiedades

1. Sea $f(x)$ una función continua en una vecindad de $x = x_0$, luego se satisface

$$\int_a^b f(x)\delta(x - x_0)dx = \begin{cases} f(x_0) & \text{si } a < x_0 < b \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (\text{B.7a})$$

2. Si x_i son los ceros de $f(x)$, es decir $f(x_i) = 0$, y además $f'(x_i) \neq 0$, entonces

$$\delta[f(x)] = \sum_i \frac{1}{|f'(x_i)|} \delta(x - x_i) \quad (\text{B.7b})$$

Realizar una integración sobre la función delta $\delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$ garantiza la conservación del momento debido a que establece la igualdad $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$ (por B.7a). De esto, en las relaciones (B.3) y (B.4) tenemos que

$$\begin{aligned} E_1^2 &= |\vec{p}_1|^2 + M_1^2 \\ E_2^2 &= |\vec{p}_1|^2 + M_2^2 \end{aligned}$$

De manera que la anchura de decaimiento (B.5) se simplifica y toma la forma siguiente:

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi^2 M_a} \int |\mathcal{M}|^2 \frac{1}{4E_1 E_2} \delta(M_a - E_1 - E_2) d^3 \vec{p}_1 \quad (\text{B.8})$$

Esta integración puede seguir simplificándose si tomamos en cuenta coordenadas esféricas. En tales coordenadas, el diferencial $d^3 \vec{p}_1$ viene dado por

$$d^3 \vec{p}_1 = |\vec{p}_1|^2 d|\vec{p}_1| d\Omega$$

Al sustituir este diferencial en (B.8) y considerando que las energías E_1 y E_2

$$E_1 = \sqrt{|\vec{p}_1|^2 + M_1^2} \quad E_2 = \sqrt{|\vec{p}_1|^2 + M_2^2}$$

Se obtiene

$$\Gamma = \frac{1}{32\pi^2 M_a} \int \frac{|\mathcal{M}|^2 |\vec{p}_1|^2}{E_1 E_2} \delta\left(M_a - \sqrt{|\vec{p}_1|^2 + M_1^2} - \sqrt{|\vec{p}_1|^2 + M_2^2}\right) d|\vec{p}_1| d\Omega$$

Designando una función $f(|\vec{p}_1|)$, definida por

$$f(|\vec{p}_1|) = M_a - \sqrt{|\vec{p}_1|^2 + M_1^2} - \sqrt{|\vec{p}_1|^2 + M_2^2} \quad (\text{B.9})$$

con su derivada

$$\frac{df(|\vec{p}_1|)}{d|\vec{p}_1|} = - \left(\frac{|\vec{p}_1|}{\sqrt{|\vec{p}_1|^2 + M_1^2}} + \frac{|\vec{p}_1|}{\sqrt{|\vec{p}_1|^2 + M_2^2}} \right) \quad (\text{B.10})$$

y de esto

$$\left| \frac{df(|\vec{p}_1|)}{d|\vec{p}_1|} \right| = |\vec{p}_1| \frac{\sqrt{|\vec{p}_1|^2 + M_1^2} + \sqrt{|\vec{p}_1|^2 + M_2^2}}{\sqrt{|\vec{p}_1|^2 + M_1^2} \sqrt{|\vec{p}_1|^2 + M_2^2}} \quad (\text{B.11})$$

En término de $f(|\vec{p}_1|)$, la anchura Γ viene a ser tal y como se expresa en la ecuación siguiente

$$\Gamma = \frac{1}{32\pi^2 M_a} \int \frac{|\mathcal{M}|^2 |\vec{p}_1|^2}{E_1 E_2} \delta[f(|\vec{p}_1|)] d|\vec{p}_1| d\Omega \quad (\text{B.12})$$

Sea $|\vec{k}_1|$ un cero de $f(|\vec{p}_1|)$, es decir $f(|\vec{k}_1|) = 0$. Entonces la función $\delta[f(|\vec{p}_1|)]$ es distinta de cero, si y solamente si, $|\vec{p}_1| = |\vec{k}_1|$ (por (B.6a)). Por consiguiente, y por (B.7b), la integral (B.12) es igual a:

$$\Gamma = \frac{1}{32\pi^2 M_a} \int \frac{|\mathcal{M}|^2 |\vec{p}_1|^2}{E_1 E_2} \left(\left| \frac{df(|\vec{p}_1|)}{d|\vec{p}_1|} \right|_{|\vec{k}_1|}^{-1} \delta(|\vec{p}_1| - |\vec{k}_1|) \right) d|\vec{p}_1| d\Omega$$

Considerando que $|\mathcal{M}|^2$ no tiene dependencia en $|\vec{p}_1|$, entonces por la propiedad (B.7a) la integración en $|\vec{p}_1|$ resulta ser

$$\Gamma = \frac{1}{32\pi^2 M_a} \frac{|\vec{k}_1|^2}{E_1(\vec{k}_1) E_2(\vec{k}_1)} \left| \frac{df(|\vec{k}_1|)}{d|\vec{k}_1|} \right|^{-1} \int_{\Omega} |\mathcal{M}|^2 d\Omega \quad (\text{B.13})$$

Al sustituir (B.11) en la ecuación (B.13) se obtiene

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{32\pi^2 M_a} \frac{|\vec{k}_1|^2}{E_1(\vec{k}_1) E_2(\vec{k}_1)} \left(\frac{1}{|\vec{k}_1|} \frac{\sqrt{\vec{k}_1^2 + M_1^2} \sqrt{\vec{k}_1^2 + M_2^2}}{\sqrt{\vec{k}_1^2 + M_1^2} + \sqrt{\vec{k}_1^2 + M_2^2}} \right) \int_{\Omega} |\mathcal{M}|^2 d\Omega \\ &= \frac{1}{32\pi^2 M_a} \frac{|\vec{k}_1|^2}{E_1(\vec{k}_1) E_2(\vec{k}_1)} \left(\frac{1}{|\vec{k}_1|} \frac{E_1(\vec{k}_1) E_2(\vec{k}_1)}{E_1(\vec{k}_1) + E_2(\vec{k}_1)} \right) \int_{\Omega} |\mathcal{M}|^2 d\Omega \end{aligned}$$

Simplificando

$$\Gamma = \frac{1}{32\pi^2 M_a} \frac{|\vec{k}_1|}{E_1(\vec{k}_1) + E_2(\vec{k}_1)} \int_{\Omega} |\mathcal{M}|^2 d\Omega \quad (\text{B.14})$$

Y por conservación de la energía

$$E_1(\vec{k}_1) + E_2(\vec{k}_1) = E_a(\vec{k}_1)$$

La ecuación (B.14) resulta ser

$$\Gamma = \frac{|\vec{k}_1|}{32\pi^2 M_a E_a(\vec{k}_1)} \int_{\Omega} |\mathcal{M}|^2 d\Omega$$

Y como en el sistema del centro de masas $E_a(\vec{k}_1) = M_a$. Entonces la anchura de decaimiento de a por medio del decaimiento a a_1 y a_2 viene dada por

$$\Gamma = \frac{|\vec{k}_1|}{32\pi^2 M_a^2} \int |\mathcal{M}|^2 d\Omega \quad (\text{B.15})$$

y en forma diferencial

$$d\Gamma = \frac{|\vec{k}_1|}{32\pi^2 M_a^2} |\mathcal{M}|^2 d\Omega \quad (\text{B.16})$$

Finalmente, para completar nuestro estudio del decaimiento de dos partículas es necesario calcular el momento $|\vec{k}_1|$.

B.2. Momento $|\vec{k}_1|$

De la condición $f(|\vec{k}_1|) = 0$ y considerando la definición (B.9) se obtiene el siguiente resultado

$$M_a - \sqrt{|\vec{k}_1|^2 + M_1^2} - \sqrt{|\vec{k}_1|^2 + M_2^2} = 0$$

o también

$$\sqrt{|\vec{k}_1|^2 + M_2^2} = M_a - \sqrt{|\vec{k}_1|^2 + M_1^2}$$

desprendiéndose de ello

$$\begin{aligned} |\vec{k}_1|^2 + M_2^2 &= M_a^2 - 2M_a \sqrt{|\vec{k}_1|^2 + M_1^2} + |\vec{k}_1|^2 + M_1^2 \\ M_2^2 &= M_a^2 - 2M_a \sqrt{|\vec{k}_1|^2 + M_1^2} + M_1^2 \\ 2M_a \sqrt{|\vec{k}_1|^2 + M_1^2} &= M_a^2 + M_1^2 - M_2^2 \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Al elevar al cuadrado la ecuación (B.17), se obtiene

$$\begin{aligned} 4M_a^2(|\vec{k}_1|^2 + M_1^2) &= M_a^4 + M_1^4 + M_2^4 + 2M_a^2 M_1^2 - 2M_a^2 M_2^2 - 2M_1^2 M_2^2 \\ 4M_a^2 |\vec{k}_1|^2 &= M_a^4 + M_1^4 + M_2^4 - 2M_a^2 M_1^2 - 2M_a^2 M_2^2 - 2M_1^2 M_2^2 \end{aligned}$$

agrupando términos

$$\begin{aligned} 4M_a^2 |\vec{k}_1|^2 &= M_a^4 + (M_1^2 - M_2^2)^2 - 2M_a^2 (M_1^2 + M_2^2) \\ 4M_a^2 |\vec{k}_1|^2 &= M_a^4 - 2M_a^2 (M_1^2 + M_2^2) + (M_1^2 - M_2^2)^2 \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Por las identidades

$$2(M_1^2 + M_2^2) = (M_1 + M_2)^2 + (M_1 - M_2)^2 \quad (\text{B.19a})$$

$$M_1^2 - M_2^2 = (M_1 - M_2)(M_1 + M_2) \quad (\text{B.19b})$$

La ecuación (B.18) se transforma en:

$$\begin{aligned} 4M_a^2 |\vec{k}_1|^2 &= M_a^4 - M_a^2(M_1 + M_2)^2 - M_a^2(M_1 - M_2)^2 \\ &\quad + (M_1 - M_2)^2(M_1 + M_2)^2 \\ 4M_a^2 |\vec{k}_1|^2 &= M_a^2 \left(M_a^2 - (M_1 + M_2)^2 \right) \\ &\quad - (M_1 - M_2)^2 \left(M_a^2 - (M_1 + M_2)^2 \right) \\ 4M_a^2 |\vec{k}_1|^2 &= \left(M_a^2 - (M_1 + M_2)^2 \right) \left(M_a^2 - (M_1 - M_2)^2 \right) \end{aligned}$$

De donde el momento $|\vec{k}_1|$ viene dado por

$$|\vec{k}_1| = \frac{1}{2M_a} \left[\left(M_a^2 - (M_1 + M_2)^2 \right) \left(M_a^2 - (M_1 - M_2)^2 \right) \right]^{1/2}$$

o también

$$\boxed{|\vec{k}_1| = \frac{M_a}{2} \left[\left(1 - \frac{(M_1 + M_2)^2}{M_a^2} \right) \left(1 - \frac{(M_1 - M_2)^2}{M_a^2} \right) \right]^{1/2}} \quad (\text{B.20})$$

B.3. Cinemática

Si la partícula que decae a tiene por 4-momento a p_a y los 4-momentos de las partículas finales a_1 y a_2 son denotados por p_1 y p_2 , respectivamente, entonces por conservación del 4-momento se pueden derivar las siguientes relaciones:

1. Conservación energía-momento

$$\boxed{p_a = p_1 + p_2} \quad (\text{B.21})$$

de donde:

$$\begin{aligned} p_a^2 &= p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 \cdot p_2 \\ p_a \cdot p_1 &= p_1^2 + p_2 \cdot p_1 \\ p_a \cdot p_2 &= p_1 \cdot p_2 + p_2^2 \end{aligned}$$

2. Producto $p_1 \cdot p_2$

$$2p_1 \cdot p_2 = p_a^2 - p_1^2 - p_2^2 \quad (\text{B.22})$$

3. Producto $p_a \cdot p_1$

$$2p_a \cdot p_1 = p_a^2 + p_1^2 - p_2^2 \quad (\text{B.23})$$

4. Producto $p_a \cdot p_2$

$$2p_a \cdot p_2 = p_a^2 + p_2^2 - p_1^2 \quad (\text{B.24})$$

BIBLIOTECA DE CIENCIAS FÍSICAS
Y MATEMÁTICAS

Propiedades y Operaciones con las matrices γ^μ

C.1. Matrices γ^μ

C.1.1. Ecuación de Dirac

La ecuación de Dirac para una partícula de espín-1/2 y masa m en la representación de las coordenadas espacio-tiempo, es

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0 \quad (\text{C.1})$$

donde γ^μ son matrices 4×4 conocidas como *matrices de Dirac*, $\psi(x)$ son funciones espinoriales o *espinores* y $\partial_\mu \equiv \partial/\partial x^\mu$.

C.1.2. Matrices γ^μ

1. Principales representaciones

a) Pauli-Dirac

$$\gamma_D^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \gamma_D^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{C.2})$$

donde γ^i son las matrices de Pauli¹.

b) Weyl

$$\gamma_W^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \tilde{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{C.3})$$

donde $\sigma^\mu = (1, \sigma^i)$ y $\tilde{\sigma}^\mu = (1, -\sigma^i)$.

c) Majorana

$$\gamma_M = U\gamma_D U^{-1} \quad (\text{C.4})$$

con la transformación unitaria

$$U = U^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & \sigma^2 \\ \sigma^2 & -1 \end{pmatrix}$$

¹Se definen las matrices de Pauli 2×2 : $\sigma^1 \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\sigma^2 \equiv \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ $\sigma^3 \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

2. Álgebra:

Satisfacen el *álgebra de Clifford*

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\eta^{\mu\nu} \quad (\text{C.5})$$

C.1.3. Trazas de las Matrices γ^μ

1. $\text{Tr}[1] = 4$
2. $\text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\nu] = 4\eta^{\mu\nu}$
3. $\text{Tr}[\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu] = 0$
4. $\text{Tr}[\gamma^5 \gamma^\lambda \gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu] = i\epsilon^{\lambda\mu\rho\nu}$
5. $\text{Tr}[\gamma^5 \gamma^\mu] = 0$
6. $\text{Tr}[\gamma^5 \gamma^\lambda \gamma^\mu \gamma^\rho] = 0$
7. $\text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu] = 4(\eta^{\lambda\mu}\eta^{\rho\nu} - \eta^{\lambda\rho}\eta^{\mu\nu} + \eta^{\mu\rho}\eta^{\lambda\nu})$

C.1.4. Casimir's Trick

El *Casimir's Trick* consiste en calcular el promedio de las proyecciones de espín en la matriz amplitud y expresar esto en términos de Trazas de matrices.

En efecto, sea

$$\mathcal{J} = \sum_{\sigma_1, \sigma_2} [\bar{u}(\sigma_1, p_1) \Gamma_1 v(\sigma_2, p_2)] [\bar{v}(\sigma_2, p_2) \Gamma_2 u(\sigma, p)]$$

donde u y v son espinores, σ_1 y σ_2 los espín para partículas con masas m_1 (4-momento p_1) y m_2 (4-momento p_2), respectivamente, Γ_1 y Γ_2 representan a las matrices de Dirac (matrices 4×4).

En notación espinorial,

$$\mathcal{J} = \sum_{\sigma_1, \sigma_2} [\bar{u}(\sigma_1, p_1)_{1\alpha} \Gamma_{1\alpha\beta} v(\sigma_2, p_2)_{2\beta}] [\bar{v}(\sigma_2, p_2)_{2\gamma} \Gamma_{2\gamma\delta} u(\sigma, p)_{1\delta}]$$

ordenando

$$\mathcal{J} = \left(\sum_{\sigma_1} [u(\sigma, p)_{1\delta} \bar{u}(\sigma_1, p_1)_{1\alpha}] \right) \Gamma_{1\alpha\beta} \left(\sum_{\sigma_2} [v(\sigma_2, p_2)_{2\beta} \bar{v}(\sigma_2, p_2)_{2\gamma}] \right) \Gamma_{2\gamma\delta}$$

por completitud

$$\mathcal{J} = (\not{p}_1 + m_1)_{\delta\alpha} \Gamma_{1\alpha\beta} (\not{p}_2 - m_2)_{\beta\gamma} \Gamma_{2\gamma\delta}$$

Finalmente, por definición de la función traza

$$\boxed{\mathcal{J} = \text{Tr}[(\not{p}_1 + m_1)\Gamma_1(\not{p}_2 - m_2)\Gamma_2]} \quad (\text{C.6})$$

donde $\not{p} = \gamma^\mu p_\mu$.

C.2. Trazas definidas en el decaimiento de V^- a u y \bar{J}_1

▪ Tr[a]

Se define:

$$\text{Tr}[a] = \text{Tr}[\not{k}(1 + \gamma^5)\gamma^\mu \not{q}\gamma^\nu(1 - \gamma^5)]$$

Aplicando las propiedades de las trazas y las matrices de Dirac se logra obtener lo siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[a] &= \text{Tr}[\gamma^\lambda k_\lambda(1 + \gamma^5)\gamma^\mu q_\rho \gamma^\nu(1 - \gamma^5)] \\ &= k_\lambda q_\rho \left(\text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu] + \text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu] \right. \\ &\quad \left. - \text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu \gamma^5] - \text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu \gamma^5] \right) \\ &= 2k_\lambda q_\rho \left(\text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu] + \text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu] \right) \end{aligned}$$

En consecuencia

$$\boxed{\text{Tr}[a] = 8k_\lambda q_\rho (\eta^{\lambda\mu} \eta^{\rho\nu} - \eta^{\lambda\rho} \eta^{\mu\nu} + \eta^{\mu\rho} \eta^{\lambda\nu} - i\epsilon^{\lambda\mu\rho\nu})}$$

▪ Tr[b]

Se define:

$$\text{Tr}[b] = \text{Tr}[M_u(1 + \gamma^5)\gamma^\mu M_{\bar{J}_1}\gamma^\nu(1 - \gamma^5)]$$

Se prosigue de manera similar al cálculo de $\text{Tr}[a]$

$$\begin{aligned} \text{Tr}[b] &= M_u M_{\bar{J}_1} \text{Tr}[(1 + \gamma^5)\gamma^\mu \gamma^\nu(1 - \gamma^5)] \\ &= M_u M_{\bar{J}_1} \left(\underbrace{\text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\nu]}_{=4\eta^{\mu\nu}} + \underbrace{\text{Tr}[\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu]}_{=0} \right. \\ &\quad \left. - \underbrace{\text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^5]}_{=0} - \underbrace{\text{Tr}[\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^5]}_{=4\eta^{\mu\nu}} \right) \end{aligned}$$

De donde:

$$\boxed{\text{Tr}[b] = 0}$$

■ **Tr[c]**

Se define:

$$\text{Tr}[c] = \text{Tr}[\not{k}(1 + \gamma^5)\gamma^\mu M_{\bar{J}_1}\gamma^\nu(1 - \gamma^5)]$$

De manera similar

$$\begin{aligned} \text{Tr}[c] &= M_{\bar{J}_1} \text{Tr}[\gamma^\lambda k_\lambda (1 + \gamma^5)\gamma^\mu \gamma^\nu (1 - \gamma^5)] \\ &= M_{\bar{J}_1} k_\lambda \left(\underbrace{\text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^\mu \gamma^\nu]}_{=0} + \underbrace{\text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu]}_{=0} \right. \\ &\quad \left. - \underbrace{\text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^5]}_{=0} - \underbrace{\text{Tr}[\gamma^\lambda \gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^5]}_{=0} \right) \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Tr}[c] = 0}$$

■ **Tr[d]**

Se define:

$$\text{Tr}[d] = \text{Tr}[M_u(1 + \gamma^5)\gamma^\mu \not{q}\gamma^\nu(1 - \gamma^5)]$$

Siguiendo con el mismo procedimiento

$$\begin{aligned} \text{Tr}[d] &= M_u \text{Tr}[(1 + \gamma^5)\gamma^\mu \gamma^\rho q_\rho \gamma^\nu (1 - \gamma^5)] \\ &= M_u q_\rho \left(\underbrace{\text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu]}_{=0} + \underbrace{\text{Tr}[\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu]}_{=0} \right. \\ &\quad \left. - \underbrace{\text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu \gamma^5]}_{=0} - \underbrace{\text{Tr}[\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu \gamma^5]}_{=0} \right) \end{aligned}$$

Se logra obtener:

$$\boxed{\text{Tr}[d] = 0}$$



Cálculo de los términos \mathcal{R}_i

A continuación se procede a calcular cada uno de los términos \mathcal{R}_i ($\mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_9$) definidos en el decaimiento de V^\mp en W^\mp y γ de manera algebraica en base a resultados derivados en el Capítulo 5. Finalmente, se mostrará el código para comprobar los resultados en el *FeynCalc* de *Wolfram Mathematica*.

D.1. Resultados Previos

Para calcular los \mathcal{R}_i haremos uso de los resultados siguientes:

1. Resultado generales

$$x^2 = x_\mu x_\mu h^{\mu\delta}, \quad h^{\gamma\nu} h_{\nu\alpha} = \delta_\alpha^\gamma, \quad x \cdot y = x_\mu y^\mu, \quad \delta_\nu^\beta \delta_\beta^\nu = 4 \quad (\text{D.1})$$

donde:

x, y : 4-vectores, $h^{\mu\nu}$: tensor métrico (arbitrario), δ_ν^μ : delta de Kronecker.

2. Ecuación y conservación energía-momento

$$k^2 = M_V^2, \quad p^2 = M_W^2, \quad q^2 = 0 \quad (\text{D.2})$$

$$p_\mu = k_\mu + q_\mu \quad (\text{D.3a})$$

$$2p \cdot k = p^2 + k^2 - q^2 \quad (\text{D.3c})$$

$$2k \cdot q = p^2 - k^2 - q^2 \quad (\text{D.3b})$$

$$2p \cdot q = p^2 + q^2 - k^2 \quad (\text{D.3d})$$

D.2. Cálculo algebraico de los \mathcal{R}_i

Recordando las definiciones:

$$T^{\beta\alpha\gamma\nu} = \eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} - \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2}; \quad Q^{\mu\delta} = -\eta^{\mu\gamma} + \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2}$$

D.2.1. Cálculo de \mathcal{R}_1

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_1 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \\
&= -\eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \eta^{\mu\gamma} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \\
&\quad + \eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \\
&\quad + \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \eta^{\mu\gamma} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \\
&\quad - \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta}
\end{aligned}$$

En base a los resultados en (D.1)

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_1 &= -\delta_\mu^\delta \delta_\delta^\mu (p+k)^2 + \delta_\mu^\delta \frac{(p+k)^2 p^\mu p_\delta}{M_V^2} \\
&\quad + \frac{k_\gamma k^\alpha}{M_W^2} \delta_\alpha^\gamma (p+k)^2 - \frac{(k \cdot p)^2}{M_V^2 M_W^2} (p+k)^2 \\
&= -4(p+k)^2 + \frac{p^2 (p+k)^2}{M_V^2} + \frac{k^2 (p+k)^2}{M_W^2} - \frac{(k \cdot p)^2 (p+k)^2}{M_W^2 M_V^2}
\end{aligned}$$

Finalmente, por (D.2) y (D.3c)

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_1 &= -(p+k)^2 \left(2 + \frac{(k \cdot p)^2}{M_V^2 M_W^2} \right) \\
&= -2(p^2 + k^2) \left(2 + \frac{(p^2 + k^2)^2}{4M_V^2 M_W^2} \right)
\end{aligned}$$

de donde

$$\boxed{\mathcal{R}_1 = -\frac{11}{2} M_V^2 - \frac{11}{2} M_W^2 - \frac{1}{2} \frac{M_W^4}{M_V^2} - \frac{1}{2} \frac{M_V^4}{M_W^2}} \quad (D.4)$$

D.2.2. Cálculo de \mathcal{R}_2

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_2 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \\
&= -\eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \eta^{\mu\gamma} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \\
&\quad + \eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \\
&\quad + \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \eta^{\mu\gamma} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \\
&\quad - \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta}
\end{aligned}$$

Por (D.1)

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_2 &= -\delta_\mu^\delta \delta_\delta^\nu (p+k)_\nu (q-k)^\mu + \delta_\mu^\delta \delta_\delta^\nu \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (p+k)_\nu (q-k)_\gamma \\
&\quad + \frac{k^\delta k^\alpha \delta_\delta^\nu}{M_W^2} \delta_\alpha^\gamma (p+k)_\nu (q-k)_\gamma - \frac{k^\delta (k.p) \delta_\delta^\nu}{M_W^2} \frac{p^\gamma}{M_V^2} (p+k)_\nu (q-k)_\gamma \\
&= -(p+k).(q-k) + \frac{p.(p+k)[p.(q-k)]}{M_V^2} \\
&\quad + \frac{k.(p+k)}{M_W^2} [k.(q-k)] - \frac{(k.p)[k.(p+k)] p.(q-k)}{M_W^2 M_V^2}
\end{aligned}$$

Desarrollando, se obtiene:

$$\boxed{\mathcal{R}_2 = -\frac{1}{4} M_V^2 - \frac{1}{4} M_W^2 + \frac{1}{4} \frac{M_W^4}{M_V^2} + \frac{1}{4} \frac{M_V^4}{M_W^2}} \quad (D.5)$$

D.2.3. Cálculo de \mathcal{R}_3

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_3 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \\
&= -\eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \eta^{\mu\gamma} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \\
&\quad + \eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \\
&\quad + \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \eta^{\mu\gamma} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \\
&\quad - \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (p+k)_\nu \eta_{\mu\alpha} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma}
\end{aligned}$$

Por (D.1)

$$\begin{aligned}
 \mathcal{R}_3 &= -\delta_\mu^\delta \delta_\gamma^\nu \eta^{\mu\gamma} (p+k)_\nu (q+p)_\delta + \delta_\mu^\delta \delta_\gamma^\nu \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (p+k)_\nu (q+p)_\delta \\
 &\quad + \frac{k^\delta k^\alpha \delta_\gamma^\nu}{M_W^2} \delta_\alpha^\gamma (p+k)_\nu (q+p)_\delta - \frac{k^\delta k^\alpha \delta_\gamma^\nu}{M_W^2} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (p+k)_\nu (q+p)_\delta \\
 &= (p+k) \cdot (q+p) + \frac{p \cdot (q+p)}{M_V^2} [p \cdot (p+k)] \\
 &\quad + \frac{k \cdot (p+k)}{M_W^2} [k \cdot (q+p)] - \frac{k \cdot (q+p)(k \cdot p)}{M_W^2 M_V^2} [p \cdot (p+k)]
 \end{aligned}$$

de donde se obtiene:

$$\mathcal{R}_3 = \frac{1}{4} M_V^2 + \frac{1}{4} M_W^2 - \frac{1}{4} \frac{M_W^4}{M_V^2} - \frac{1}{4} \frac{M_V^4}{M_W^2} \quad (\text{D.6})$$

D.2.4. Cálculo de \mathcal{R}_4

$$\begin{aligned}
 \mathcal{R}_4 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \\
 &= -\eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \eta^{\mu\gamma} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \\
 &\quad + \eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \\
 &\quad + \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \eta^{\mu\gamma} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \\
 &\quad - \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta}
 \end{aligned}$$

De acuerdo con (D.1)

$$\begin{aligned}
 \mathcal{R}_4 &= -\delta_\gamma^\alpha \delta_\alpha^\beta \eta^{\mu\gamma} (q-k)_\mu (p+k)_\beta + \delta_\gamma^\alpha \delta_\alpha^\beta \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q-k)_\mu (p+k)_\beta \\
 &\quad + \frac{k^\delta k^\alpha}{M_W^2} \delta_\delta^\mu (q-k)_\mu (p+k)_\alpha - \frac{k^\delta k^\alpha}{M_W^2} \frac{p^\mu p_\delta}{M_V^2} (q-k)_\mu (p+k)_\alpha \\
 &= -(q-k) \cdot (p+k) + \frac{p \cdot (q-k)}{M_V^2} [p \cdot (p+k)] \\
 &\quad + \frac{k \cdot (q-k)}{M_W^2} [k \cdot (p+k)] - \frac{(k \cdot p)[k \cdot (p+k)]}{M_W^2 M_V^2} [p \cdot (q-k)]
 \end{aligned}$$

De donde:

$$\mathcal{R}_4 = -\frac{1}{8} \frac{M_W^4}{M_V^2} - \frac{1}{8} \frac{M_V^4}{M_W^2} + \frac{1}{8} M_W^2 + \frac{1}{8} M_V^2 \quad (\text{D.7})$$

D.2.5. Cálculo de \mathcal{R}_5

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_5 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \\
&= -\eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \eta^{\mu\gamma} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \\
&\quad + \eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \\
&\quad + \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \eta^{\mu\gamma} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \\
&\quad - \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta}
\end{aligned}$$

De (D.2)

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_5 &= -\delta_\nu^\delta \delta_\delta^\nu (q-k)^2 + \delta_\beta^\alpha \delta_\alpha^\beta \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q-k)_\mu (q-k)_\gamma \\
&\quad + \frac{k_\beta k^\alpha}{M_W^2} \delta_\alpha^\beta (q-k)^2 - \frac{k^\delta k_\nu \delta_\delta^\nu}{M_W^2} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q-k)_\mu (q-k)_\gamma \\
&= -4(q-k)^2 + 4 \frac{[p \cdot (q-k)]}{M_V^2} [p \cdot (q-k)] \\
&\quad + \frac{k^2}{M_W^2} (q-k)^2 - \frac{k^2 [p \cdot (q-k)]}{M_W^2} \frac{p \cdot (q-k)}{M_V^2}
\end{aligned}$$

de donde

$$\boxed{\mathcal{R}_5 = 3 \frac{M_W^4}{M_V^2} + 3M_V^2 - 6M_W^2} \quad (D.8)$$

D.2.6. Cálculo de \mathcal{R}_6

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_6 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \\
&= -\eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \eta^{\mu\gamma} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \\
&\quad + \eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \\
&\quad + \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \eta^{\mu\gamma} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \\
&\quad - \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q-k)_\mu \eta_{\alpha\nu} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma}
\end{aligned}$$

por (D.1)

$$\begin{aligned}
 \mathcal{R}_6 &= -\delta_\nu^\delta \delta_\gamma^\nu (q-k)^\gamma (q+p)_\delta + \delta_\nu^\delta \delta_\gamma^\nu \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q-k)_\mu (q+p)_\delta \\
 &\quad + \frac{k^\delta k^\alpha \delta_\alpha^\beta}{M_W^2} \delta_\beta^\mu (q-k)_\mu (q+p)_\delta - \frac{k^\delta k_\nu \delta_\gamma^\nu}{M_W^2} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q-k)_\mu (q+p)_\delta \\
 &= -(q-k) \cdot (q+p) + \frac{p \cdot (q-k)}{M_V^2} [p \cdot (q+p)] \\
 &\quad + \frac{k \cdot (q-k)}{M_W^2} [k \cdot (q+p)] - \frac{(k \cdot p) [p \cdot (q-k)]}{M_W^2} [k \cdot (q+p)] \\
 &= \frac{k^4}{2M_V^2} + \frac{p^4}{2M_W^2} - p^2 - k^2 + \frac{p^4 k^2}{2M_W^2 M_V^2} + \frac{p^2 k^4}{2M_W^2 M_V^2}
 \end{aligned}$$

de donde

$$\boxed{\mathcal{R}_6 = -\frac{1}{2} M_V^2 - \frac{1}{2} M_W^2 + \frac{1}{2} \frac{M_W^4}{M_V^2} + \frac{1}{2} \frac{M_V^4}{M_W^2}} \quad (D.9)$$

D.2.7. Cálculo de \mathcal{R}_7

$$\begin{aligned}
 \mathcal{R}_7 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \\
 &= -\eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \eta^{\mu\gamma} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \\
 &\quad + \eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \\
 &\quad + \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \eta^{\mu\gamma} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta} \\
 &\quad - \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (p+k)_\beta \eta_{\gamma\delta}
 \end{aligned}$$

de (D.1)

$$\begin{aligned}
 \mathcal{R}_7 &= -\delta_\gamma^\alpha \delta_\nu^\gamma \eta^{\beta\nu} (q+p)_\alpha (p+k) - \beta + \delta_\gamma^\alpha \delta_\mu^\beta \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q+p)_\alpha (p+k)_\beta \\
 &\quad + \frac{k^\delta k^\alpha \delta_\mu^\beta}{M_W^2} \delta_\delta^\mu (q+p)_\alpha (p+k)_\beta - \frac{k^\delta k^\alpha \delta_\mu^\beta p^\mu p^\delta}{M_W^2 M_V^2} (q+p)_\alpha (p+k)_\beta \\
 &= (q+p) \cdot (p+k) + \frac{p \cdot (q+p)}{M_V^2} [p \cdot (p+k)] \\
 &\quad + \frac{k \cdot (q+p)}{M_W^2} [k \cdot (p+k)] - \frac{(k \cdot p) [k \cdot (q+p)] p \cdot (p+k)}{M_W^2 M_V^2} \\
 &= (p^2 + k^2) \left(\frac{1}{4} - \frac{k^2}{4M_W^2} + \frac{1}{2} - \frac{p^2}{4M_W^2} - \frac{1}{4} \right)
 \end{aligned}$$

de donde

$$\boxed{\mathcal{R}_7 = \frac{1}{4} M_W^2 + \frac{1}{4} M_V^2 - \frac{M_V^4}{4M_W^2} - \frac{1}{4} \frac{M_W^4}{M_V^2}} \quad (D.10)$$

D.2.8. Cálculo de \mathcal{R}_8

$$\begin{aligned}
 \mathcal{R}_8 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \\
 &= -\eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \eta^{\mu\gamma} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \\
 &\quad + \eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \\
 &\quad + \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \eta^{\mu\gamma} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta} \\
 &\quad - \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu} p^\mu p^\gamma}{M_W^2 M_V^2} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (q-k)_\gamma \eta_{\delta\beta}
 \end{aligned}$$

por (D.1)

$$\begin{aligned}
 \mathcal{R}_8 &= -\delta_\beta^\alpha \delta_\mu^\beta (q+p)_\alpha (q-k)^\mu + \delta_\beta^\alpha \delta_\mu^\beta \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q+p)_\alpha (q-k)_\gamma \\
 &\quad + \frac{k^\delta k^\alpha \delta_\delta^\nu}{M_W^2} \delta_\nu^\gamma (q+p)_\alpha (q-k)_\gamma - \frac{k^\delta k^\alpha \delta_\delta^\nu}{M_W^2} \frac{p_\nu p^\gamma}{M_V^2} (q+p)_\alpha (q-k)_\gamma \\
 &= (q+p) \cdot (q-k) + \frac{p \cdot (q+p)}{M_V^2} [p \cdot (q+p)] \\
 &\quad + \frac{k \cdot (q+p)}{M_W^2} [k \cdot (q-k)] - \frac{(k \cdot p)[k \cdot (q+p)] [p \cdot (q-k)]}{M_W^2 M_V^2} \\
 &= \frac{k^4}{2M_V^2} - \frac{k^2}{2} - \frac{p^2 + k^2}{2} + \frac{p^4}{2M_W^2} - \frac{p^2}{2} + \frac{p^2 + k^2}{2}
 \end{aligned}$$

de donde

$$\boxed{\mathcal{R}_8 = -\frac{1}{2}M_V^2 - \frac{1}{2}M_W^2 + \frac{1}{2}\frac{M_W^4}{M_V^2} + \frac{1}{2}\frac{M_V^4}{M_W^2}} \quad (D.11)$$

D.2.9. Cálculo de \mathcal{R}_9

$$\begin{aligned}
 \mathcal{R}_9 &= T^{\delta\alpha\beta\nu} Q^{\mu\gamma} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \\
 &= -\eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \eta^{\mu\gamma} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \\
 &\quad + \eta^{\delta\alpha} \eta^{\beta\nu} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \\
 &\quad + \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \eta^{\mu\gamma} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma} \\
 &\quad - \frac{k^\delta k^\alpha \eta^{\beta\nu}}{M_W^2} \frac{p^\mu p^\gamma}{M_V^2} (q+p)_\alpha \eta_{\nu\mu} (q+p)_\delta \eta_{\beta\gamma}
 \end{aligned}$$

de (D.1)

$$\begin{aligned}
 \mathcal{R}_9 &= -\delta_\gamma^\nu \delta_\nu^\gamma (q+p)^2 + \delta_\gamma^\nu \frac{p_\nu p^\gamma}{M_V^2} (q+p)^2 \\
 &\quad + \frac{k^\delta k^\alpha \delta_\gamma^\nu}{M_W^2} \delta_\nu^\gamma (q+p)_\alpha (q+p)_\delta - \frac{k^\delta k^\alpha \delta_\gamma^\nu}{M_W^2} \frac{p_\nu p^\gamma}{M_V^2} (q+p)_\alpha (q+p)_\delta \\
 &= -4(q+p)^2 + \frac{p^2}{M_V^2} (q+p)^2 + 4 \frac{k \cdot (q+p)}{M_W^2} [k \cdot (q+p)] \\
 &\quad - \frac{k \cdot (q+p)}{M_W^2} \frac{p^2}{M_V^2} [k \cdot (q+p)] \\
 &= -6p^2 + 3k^2 + 3 \frac{p^4}{M_W^2}
 \end{aligned}$$

de donde

$$\boxed{\mathcal{R}_9 = 3M_W^2 - 6M_V^2 + 3 \frac{M_V^4}{M_W^2}} \quad (\text{D.12})$$

D.3. Cálculo de Amplitudes con FeynCalc

Para calcular y comprobar cada una de las amplitudes \mathcal{M}_i se ha utilizado el *FeynCalc* de *Wolfram Mathematica*¹. A continuación se muestra los códigos en el FeynCalc para el cálculo de las amplitudes de decaimiento del bosón V^\mp en los canales $W^\mp \gamma$, $W^\pm U^{\mp\mp}$ y $W^\mp Z$.

Definición de los tensores métricos y 4-vectores

```

gua = MetricTensor[u, a];
gan = MetricTensor[a, n];
gnm = MetricTensor[n, m];
ggd = MetricTensor[g, d];
gdb = MetricTensor[d, b];
ggb = MetricTensor[g, b];
gmg = MetricTensor[m, g];
gad = MetricTensor[a, d];
gnb = MetricTensor[n, b];
ka = FV[k, a];
kd = FV[k, d];
pm = FV[p, m];
pg = FV[p, g];

```

Amplitud $M1$

A continuación se presenta el código en FeynCalc que calcula la amplitud del decaimiento $V^\mp \mapsto W^\mp \gamma$, denotamos a esta por $M1$.

¹En [22] puede encontrar una guía para la instalación del *FeynCalc* y para dar los primeros pasos usando este software puede ingresar en [23].

Definición 1

```

mv = ToExpression[SubscriptBox["m", "v"], StandardForm];
mw = ToExpression[SubscriptBox["m", "w"], StandardForm];
mq = ToExpression[SubscriptBox["m", "q"], StandardForm];
ScalarProduct[p, p] = mv^2;
ScalarProduct[k, k] = mw^2;
ScalarProduct[q, q] = 0;
ScalarProduct[p, k] = (mv^2 + mw^2 - mq^2)/2;
ScalarProduct[k, q] = (mv^2 - mq^2 - mw^2)/2;
ScalarProduct[p, q] = (mv^2 + mq^2 - mw^2)/2;

```

Cálculo de la Amplitud M1

```

M1 = PolarizationSum[m, g, p]*
      PolarizationSum[a, d, k]*PolarizationSum[n, b, q, 0]*
      (FV[p + k, n]*gma + FV[-k + q, m]*gan + FV[-q - p, a]*gnm)*
      (FV[p + k, b]*ggd + FV[-k + q, g]*gdb + FV[-q - p, d]*ggb)
      // Contract // Expand

```

Amplitud M2

Presentamos el código en FeynCalc que calcula la amplitud M2 del decaimiento $V^\mp \mapsto W^\pm U^\mp$.

Definición 2

```

mv = ToExpression[SubscriptBox["m", "v"], StandardForm];
mw = ToExpression[SubscriptBox["m", "w"], StandardForm];
mu = ToExpression[SubscriptBox["m", "u"], StandardForm];
ScalarProduct[p, p] = mv^2;
ScalarProduct[k, k] = mw^2;
ScalarProduct[q, q] = mu^2;
ScalarProduct[p, k] = (mv^2 + mw^2 - mu^2)/2;
ScalarProduct[k, q] = (mv^2 - mu^2 - mw^2)/2;
ScalarProduct[p, q] = (mv^2 + mu^2 - mw^2)/2;

```

Cálculo de la Amplitud M2

```

M2 = PolarizationSum[m, g, p]*
      PolarizationSum[a, d, k]*PolarizationSum[n, b, q]*
      (FV[p - k, n]*gma + FV[k + q, m]*gan + FV[-q - p, a]*gnm)*
      (FV[p - k, b]*ggd + FV[k + q, g]*gdb + FV[-q - p, d]*ggb)
      // Contract // Expand

```

Amplitud M3

Código en FeynCalc que calcula la amplitud del decaimiento $V^\mp \mapsto W^\mp Z$, denotamos a esta por M3.

Definición 3

```

mv = ToExpression[SubscriptBox["m", "v"], StandardForm];
mw = ToExpression[SubscriptBox["m", "w"], StandardForm];
mz = ToExpression[SubscriptBox["m", "z"], StandardForm];
ScalarProduct[p, p] = mv^2;
ScalarProduct[k, k] = mw^2;
ScalarProduct[q, q] = mz^2;
ScalarProduct[p, k] = (mv^2 + mw^2 - mz^2)/2;

```



```
ScalarProduct[k, q] = (mv^2 - mz^2 - mw^2)/2;
ScalarProduct[p, q] = (mv^2 + mz^2 - mw^2)/2;
```

Cálculo de la Amplitud M3

```
M3 = PolarizationSum[m, g, p]*
PolarizationSum[a, d, k]*PolarizationSum[n, b, q, 0]*
(FV[p + k, n]*gma + FV[-k + q, m]*gan + FV[-q - p, a]*gnm)*
(FV[p + k, b]*ggd + FV[-k + q, g]*gdb + FV[-q - p, d]*ggb)
// Contract // Expand
```

BIBLIOTECA DE CIENCIAS FÍSICAS
Y MATEMÁTICAS

Bibliografía

- [1] Thomson M. *Modern particle physics*. Cambridge University Press; 2013.
- [2] Griffiths D. *An Introduction to elementary particles*. John Wiley & Sons; 2008.
- [3] Aitchison IJ. & Hey AJ. *Gauge Theories in Particle Physics: Volume I: From Relativistic Quantum Mechanics to QED*. CRC Press; 2013.
- [4] Kane GL. *Modern elementary particle physics: explaining and extending the standard model*. Cambridge University Press; 2017.
- [5] Hassani S. *Mathematical methods: for students of physics and related fields*. New York: Springer Science & Business Media; 2009.
- [6] Das A. *Lectures on quantum field theory*. World Scientific; 2008.
- [7] Nolting W. *Theoretical Physics 3*. Springer International Publishing; 2016.
- [8] Okun' LB. *Weak interaction of elementary particles*. Pergamon Press Ltd; 1965.
- [9] Mann R. *An introduction to particle physics and the standard model*. CRC press; 2010.
- [10] Lim CS, Morii T, Mukherjee SN. *The physics of the standard model and beyond*. World Scientific; 2004.
- [11] Dimopoulos S. *Technicoloured signatures*. Nuclear Physics B. 1980; 168(1): 69-92.
- [12] Fayet P, Ferrara S. *Supersymmetry*. Phys. Rep. 1977; 32(5): 249-334.

- [13] Pisano F, Pleitez V. *$SU(3) \otimes U(1)$ model for electroweak interactions*. Phys. Rev. D. 1992; 46(1): 410.
- [14] Montalvo JC, Cortez NV, Tonasse MD. *Probing doubly charged Higgs bosons in e^+e^- colliders at the ILC and the CLIC in a 3-3-1 model*. Phys. Rev. D. 2008; 78(11): 116003.
- [15] Tonasse MD. *The scalar sector of 3-3-1 models*. Phys. Lett. B. 1996; 381(1-3): 191-201.
- [16] Montalvo JC, Tonasse MD. *Pairs of charged heavy-leptons from an $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ model at CERN LHC*. Nucl. Phys. B. 2008; 623(1-2): 325-341.
- [17] Montalvo JC, Tonasse MD. *Pairs of charged heavy fermions from an $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ model at e^+e^- colliders*. Phys. Rev. D. 2003; 67(7): 075022.
- [18] Pleitez V, Tonasse MD. *Heavy charged leptons in an $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ model*. Phys. Rev. D. 1993; 48(5): 2353.
- [19] Montalvo JC, Cortez NV, Tonasse MD. *Signatures of doubly charged Higgs in the $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ model at the CERN LHC*. Phys. Rev. D. 2007; 76(11): 117703.
- [20] Montalvo JC, Tonasse MD. *Neutral Higgs bosons in the $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ model*. Phys. Rev. D. 2005; 71(9): 095015.
- [21] Frampton PH. *Chiral dilepton model and the flavor question*. Phys. Rev. Lett. 1992; 69(20): 2889.
- [22] https://youtu.be/1NsJ_CbeQy8
- [23] https://youtu.be/RA1teGXJQ_U



UNIVERSIDAD NACIONAL DE TRUJILLO
UNT

RECTORADO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE TRUJILLO

DECLARACIÓN JURADA

Los AUTORES suscritos en el presente documento DECLARAMOS BAJO JURAMENTO que somos los responsables legales de la calidad y originalidad del contenido del Proyecto de Investigación Científica, así como, del Informe de la Investigación Científica realizado.

TITULO: Cálculo de la anchura de decaimiento del bosón de Higgs H_5^\pm
y de calibre V^\pm del Modelo 331

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN CIENTIFICA

PROY DE TRABAJO DE INVESTIGACION
(PREGRADO)

PROYECTO DE TESIS PREGRADO

PROYECTO DE TESIS MAESTRIA

PROYECTO DE TESIS DOCTORADO

()

()

()

()

INFORME FINAL DE INVESTIGACION CIENTIFICA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN (PREGRADO)

TESIS PREGRADO

TESIS MAESTRÍA

TESIS DOCTORADO

()

(X)

()

()

Equipo Investigador Integrado por:

N°	APELLIDOS Y NOMBRES	FACULTAD	DEP. ACADÉMICO	CATEGORIA DOCENTE ASESOR	CÓDIGO Docente asesor Numero Matricula del estudiante	Autor Coautor asesor
	RAMOS VILLALOBOS KELVIN JULINIO	CC. FF y MM	FÍSICA		1051200616	Autor
	RIVASPLATA MENDOZA ANTONIO ISAÍAS	CC. FF y MM	FÍSICA	PRINCIPAL	0000-0002-4957-2013	Asesor
	MORGAN CRUZ CARLOS ALBERTO	CC. FF y MM	FÍSICA	CONTRATADO	0000-0003-0592-4416	Coasesor

Trujillo, 02 de febrero de 2022

FIRMA

RAMOS VILLALOBOS KELVIN JULINIO
DNI 73679263

FIRMA

RIVASPLATA MENDOZA ANTONIO ISAÍAS
DNI 17876298

FIRMA

MORGAN CRUZ CARLOS ALBERTO
DNI 18162153

FIRMA

DNI

¹ Este formato debe ser llenado, firmado, adjuntado al final del documento del PIC, del Informe de Tesis, Trabajo de Investigación respectivamente





RECTORADO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE TRUJILLO

CARTA DE AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN DE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN EN REPOSITORIO DIGITAL RENATI-SUNEDU

Trujillo, 02 de febrero de 2022...

Los autores suscritos del INFORME FINAL DE INVESTIGACIÓN CIENTIFICA

Titulado: Cálculo de la anchura de decaimiento del bosón de Higgs H_5^\pm
y de calibre V^\pm del Modelo 331

AUTORIZAMOS SU PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO DIGITAL INSTITUCIONAL, REPOSITORIO RENATI-SUNEDU, ALICIA-CONCYTEC, CON EL SIGUIENTE TIPO DE ACCESO:

- A. Acceso Abierto:
- B. Acceso Restringido (datos del autor y resumen del trabajo)
- C. No autorizo su Publicación

Si eligió la opción restringido o NO autoriza su publicación sírvase justificar _____

ESTUDIANTES DE PREGRADO: TRABAJO DE INVESTIGACIÓN TESIS
 ESTUDIANTES DE POSTGRADO: TESIS MAESTRIA TESIS DOCTORADO
 DOCENTES: INFORME DE INVESTIGACIÓN OTROS
 El equipo investigador Integrado por:

N°	APELLIDOS Y NOMBRES	FACULTAD.	CONDICIÓN (NOMBRADO, CONTRATADO, EMÉRITO, estudiante, OTROS)	CÓDIGO Docente Numero Matricula del estudiante	Autor Coautor asesor
1	RAMOS VILLALOBOS KELVIN JULINIO	CC. FF y MM	Estudiante	1051201216	Autor
2	RIVASPLATA MENDOZA ANTONIO ISAÍAS	CC. FF y MM	NOMBRADO	0000-0002-4957-2013	Asesor
3	MORGAN CRUZ CARLOS ALBERTO	CC. FF y MM	NOMBRADO	0000-0003-0592-4416	Coasesor

FIRMA

FIRMA

FIRMA

FIRMA _____

RAMOS VILLALOBOS KELVIN JULINIO
 DNI 73679263

RIVASPLATA MENDOZA ANTONIO ISAÍAS
 DNI 17876298

MORGAN CRUZ CARLOS ALBERTO
 DNI 18162153

DNI _____



¹ Este formato debe ser llenado, firmado Y adjuntado en el Informe de Tesis y/o Trabajo de Investigación respectivamente
² Este formato en el caso de Informe de investigación científica docente debe ser llenado, firmado, scaneado y adjuntado en el sistema de www.picfedu.unitru.edu.pe